وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

المـــركز الجامعي بأفلو

معهد العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير.

قسم العلوم الاقتصادية والعلوم المالية والمحاسبية

مطبوعة في مقياس

دروس وتمارين في مقياس الاحصاء 1

موجهة لطلبة سنة أولى جذع مشترك علوم اقتصادية وعلوم التسيير والعلوم التجارية

إعداد الدكتور

طلحة محمد

أستاذ محاضر أ بمعهد العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير.

المركز الجامعي آفلو

السنة الجامعية 2022/2021

الفهرس:

الفصل الثالث: مقاييس التشتت والشكل les parametres de dispersion et de forme

الفصل الرابع التوزيعات ذات المتغيرين les distribution a deux caractères

الفصل الخامس: الأرقام القياسية les indices

تمارينات ومسائل مقترحة (الجداول الإحصائية، التمثيل البياني)

مقدمة

كلمة الإحصاء باللغة الإنجليزية هي (Statistic) وهي مشتقة من كلمة (State) وتعني باللغة العربية الدولة أو كل ما له علاقة بشؤون الدولة الحقائق المرتبطة بأمور الدولة من الناحية التنظيمية) أي ارتباط هذا العلم منذ نشأته بالتوصيف الرقمي للأوضاع الاقتصادية والسياسية والسكانية والاجتماعية للدولة، وترجع أصول كلمة (Statistics) على يد العالم الألماني أشن فال **G . Achenwalle** وهذا في منتصف القرن الثامن عشر، وظهرت كلمة (Statistic) لأول مرة في الموسوعة البريطانية سنة 1797، وتخطت الدراسات المرتبطة بهذا العلم حدود الدولة لتشمل مختلف المجالات الأخرى، فتطور هذا المفهوم وأصبح متعلق بجميع مجالات المعرفة (الطبيعية، الإجتماعية، الإنسانية، كما توسعت أهداف، هذا العلم لتسعى في فهم وإدراك حقائق ما يعرف بما وراء الأرقام أو ما يعرف كذلك بالتحليل الإحصائي وباللغة الفرنسية كلمة الإحصاء هي (la Statistique) أي علم الإحصاء أما كلمة (les Statistiques) فتعني مجموعة المعلومات أو المعطيات أو البيانات. يعرف علم الإحصاء (la Statistique) على أنه مجموعة الأدوات العلمية والطرق الرياضية التي تهتم بجمع وترتيب وتنظيم المعطيات المعلومات حول ظاهرة معينة سواء كانت هذه الظاهرة إجتماعية أو إقتصادية أو طبيعية وذلك في جداول إحصائية ثم تمثيلها في أشكال بيانية مناسبة، كما يحسب في هذا المجال بعض المقاييس العددية تساعد على تحليل وتفسير الظاهرة المدروسة وبالتالي أخذ الصورة أو الفكرة العامة حولها، والهدف هنا يكمن أساسا في إتخاذ قرارا سليما ومناسبا في المجال المدروس.

ونميزهنا بين نوعين من الإحصاء، وهما الإحصاء الوصفي (la Statistique descriptive) والإحصاء الرياضي أو الإستدلالي(la Statistique inductive)، فالإحصاء الوصفي يعتبر المرحلة أو الخطوة الأولى في الطريقة والدراسة الإحصائية، فهو يهتم بالبحث عن المعلومات حول الظاهرة المدروسة وعرض المشاهدات سواء كانت كمية أو كيفية ومعالجتها لتكون قابلة للدراسة والتحليل، فهو إذا يعتمد على المعطيات العددية، أما الإحصاء الإستدلالي والذي يمثل الجزء الأكبر من علم الإحصاء الحديث ولوجود معطيات غير عددية فيعتمد على مجموعة النظريات والمفاهيم في مجال الرياضيات والقوانين الاحتمالية وهذا لوضع أسس وفرضيات يهدف من خلالها بناء وتحديد نماذج رياضية وتقديرها، حيث تدرس العلاقات واتجاهاتها (طردية أو عكسية) بين مختلف الظواهر ومدى ارتباطها ببعضها البعض أو التنبؤ القيم ظاهرة ما مستقبلا، وبهذا يعتبر الإحصاء الاستدلالي الأساس في إتخاذ القرارات المناسبة لرسم الخطط والسياسات المختلفة للمجتمع محل الدراسة. إن من أهم أهداف علم الإحصاء هو إستقراء النتائج واتخاذ القرارات السليمة والموثوقة، فمن خلال تطبيق أدوات الإحصاء وبناءا على المعطيات التي تمثل الواقع المدروس وهذا في أي مجال، يمكن البحث ودراسة العلاقات بين أهم المتغيرات وحساب تأثيراتها، وانطلاقا من نتائج التحليل الإحصائي يمكن فهم الظاهرة المدروسة ومعرفة أهم العوامل المرتبطة بها أو المؤثرة فيها ويساعد هذا في اتخاذ القرار المناسب ورسم السياسات الملائمة مستقبلا، ففي المجال الاقتصادي وعلى المستوى الكلي عند دراسة ظاهرة الاستهلاك الخاص بقطاع العائلات الجزائرية مثلا وباستعمال طرق القياس الاقتصادي (**économétrie**) وبناءا على المعطيات الممثلة لواقع الأسر الجزائرية يمكن تحديد النموذج الأفضل المفسر لسلوك استهلاك الأسر حيث لوحظ في هذه الدراسة أن الدخل هو العامل

الرئيسي المحدد الاستهلاك الأسر الجزائرية وبالتالي إذا أرادت الدولة أن ترفع من حجم الاستهلاك الاعتبارات اقتصادية منها طبعا زيادة حجم الطلب على السلع والخدمات حتى ترفع من وتيرة النشاط الا قتصادي فترفع من مستوى الأجور حتى يتحقق ذلك، ولاشك أن هذه السياسة كانت مبنية على الدراسة القياسية لظاهرة الاستهلاك، وعلى المستوى الجزئي إذا أرادت مؤسسة ما التنبؤ الحجم مبيعاتها حتى تتجنب الخسائر وتحافظ أو تحاول تحسين مستوى أدائها مستقبلا يستعمل في مجال التنبؤ نماذج السلاسل الزمنية (les modeles de series temporelles) وهذا انطلاقا من سلسلة المعطيات السابقة الخاصة بقيم حجم المبيعات فتتمكن المؤسسة وبمستوى ثقة أكبر من معرفة قيمة الطلب على منتجاتها في الفترة القادمة مما يمكنها من التحكم في مواردها أو البرمجة والتخطيط لمستقبلها عموما، وهكذا وفي جميع المجالات يلاحظ هنا مدى فاعلية استخدام طرق الإحصاء.

الفصل الأول عرض البيانات الإحصائية

La représentation graghique

- بعض المفاهيم الإحصائية.

أنواع الصفات أو المتغيرات الخصائص).

- الجداول الإحصائية.

التمثيل البياني.

أولا: بعض المفاهيم الإحصائية:

1- الوحدة الإحصائية: Unite Statistique

هي الوحدة الأساسية لتكوين المجتمع الإحصائي.

2- المجتمع الإحصائي: La Population Statistique

هو مجموعة الوحدات الإحصائية التي من خلالها يقوم الباحث بدراستها.

3- العينة: Echantillon :

هي جزء من المجتمع الإحصائي والذي يمثل المجتمع أحسن تمثيل، وهي مجموعة جزئية من البيانات أو القيم الخاصة بالظاهرة المدروسة، حيث يختلف حجم العينة حسب أهمية الدراسة وحسب الإمكانيات المادية والبشرية المتاحة، وأسلوب العينة متبع في أغلب الدراسات الميدانية، وهذا لعدم إمكانية جمع المعلومات الإحصائية من كل الوحدات التي تشكل المجتمع المدروس أو ما يسمى بالحصر الشامل (المسح الشامل).

4- أنواع العينات:

1 - 4 - العينة العشوائية: Echantillon Aleatoire وهي أكثر العينات استعمالا وهي جزء لا على تعيين من المجتمع المدروس، حيث يتم اختيار عناصرها بطريقة عشوائية، مع إعطاء فرص متكافئة (نفس الإحتمال) الجميع مفردات المجتمع عند السحب، كما أن طريقة الاختيار تتم وفق قواعد وأسس معروفة، ولاختيار هذا النوع من العينات نتبع الخطوات التالية: .

- ترتب عناصر المجتمع ترتيبا عشوائيا، حيث نعطي لكل عنصر من عناصر المجتمع رقما متسلسلا من 0 إلى N، فإذا كان حجم المجتمع 1000، نعطي لكل عنصر الأرقام التسلسلية التالية، 0001، 0002،.....، 1000.

– نستعمل جدول الأرقام العشوائية، ثم نقرأ من هذا الجدول عموديا، حيث نختار الأعداد المكونة من 4 أرقام نقبل الأعداد المذكورة في الأرقام التسلسلية، ونرفض العدد غير المذكور في الأرقام التسلسلية)، كما نرفض العدد الذي أخذنا في القراءة السابقة، وتنتهي عملية الاختيار عند حجم العينة المطلوب. إن أسلوب اختيار العينة العشوائية قد يكون سحبا بالإرجاع (إمكانية اختيار عنصرا اختير في المرة السابقة)، أو قد يكون سحبا بدون إرجاع(نرفض الغدد الذي أختير في القراءة السابقة. د لامرة خمر. العينة العشوائية المجتمعات المتجانسة أي التي لها خصائص متشابهة أو متقاربة.

– نختار ولاية من ولايات الوطن

– نختار دائرة من دوائر الولاية المختارة.

– نختار ثانوية من ثانويات الدائرة.

– نختار قسم من أقسام الثانوية.

– تجرى الدراسة على القسم المختار من الثانوية.

4 – 4 – العينة العنقودية: لقد أشرنا سابقا أنه يتعذر على أغلب الدراسات الميدانية اللجوء إلى طريقة المسح الشامل نظرا للظروف المرتبطة بعوامل الزمن والجهد والتكاليف (مستوى الإمكانات المادية والبشرية المتوفرة)، لهذا يلجأ الباحثون في بعض الدراسات إلى أسلوب العينة العنقودية، ولاختيار هذا النوع من العينات نقوم في البداية بتقسيم المجتمع إلى مجموعات جزئية، يسمي كل جزء منها عنقودا، ثم نختار من كل عنقود عينة عشوائية، والعينة المتحصل عليها ككل هي عينة عنقودية فمثلا عند دراسة السلوك الاستهلاكي للعائلات تجاه منتوج معين في منطقة ما (محافظة أو ولاية)، ولاختيار عينة مكونة من مجموعة من العائلات نحدد دوائر الولاية، ثم نحدد بلديات الدوائر، بعدها نسجل أحياء كل بلدية، فتصبح كل (دائرة– بلدية–حي) عنقودا، وفي المرحلة الأخيرة نختار من كل حي مجموعة من الأسر وبالتالي تغطي عينة العائلات التي ستجرى عليها الدراسة تراب الولاية أو المحافظة.

4 – 4 – العينة المعيارية : يسعى الباحثون عند تحديد عينة الدراسة أن تكون هذه العينة ممثلة للمجتمع أحسن تمثيل (تمثيلا صادقا)، والتمثيل الصادق إحصائيا هو أن تتقارب المقاييس الإحصائية (الوسط والانحراف المعياري) للعينة مع المقاييس ذاتها للمجتمع، ويسمى هذا النوع من العينات بالعينة المعيارية.

ثانيا: أنواع الصفات أو المتغيرات (الخصائص)

أ- الصفة الكيفية النوعية) : Variable qualitative هي تلك المتغيرات التي لا يمكن قياسها أو غير قابلة للقياس مثلا: الجنسية، اللون، المستوى التعليمي، .. إلخ.

ب- الصفة الكمية: Variable qualitative هي تلك الخصائص التي يمكن قياسها وهي أكثر إستعمالا و انتشار او تنقسم المتغيرات الكمية إلى نوعين:

ثالثا: الجداول الإحصائية Les Tableaux Statistique

1- تكوين الجدول الإحصائي:

إذا كان لدينا مجتمع إحصائي مكون من N وحدة إحصائية، حيث يدرس هذا المجتمع من عدة صفات أو متغيرات C (كمية أو كيفية) فيمكن تمثيل هذه المعطيات أو المعلومات في جدول مكون من أعمدة وأسطر وهذا حسب عدد المتغيرات وعدد الوحدات الإحصائية التي تحمل الصفة ;C.

ملاحظة: في الجدول الإحصائي دائما يمثل العمود الأول المتغير المدروس. مثال: توزيع سكنات حي 100 سكن حسب عدد الغرف.

عدد الغرف	التكرار عدد السكنات	التكرار النسبي	التكرار المتجمع الصاعد	التكرار المجمع النازل
02	25	0.25	25	100
03	30	0.30	55	75
04	30	0.30	85	45
05	15	0.15	100	15
المجموع	100	01	–	–

من خلال الجدول الإحصائي السابق نلاحظ:

– أن نسبة السكنات التي لها 3 غرف هي 25 بالمائة.

– أن نسبة السكنات التي لها 4 غرف هي 30 بالمائة.

– أن نسبة السكنات التي لها 3 غرف على الأكثر هي 55 بالمائة (أنظر التكرار المتجمع الصاعد).

– أن نسبة السكنات التي لها 4 غرف على الأكثر هي 85 بالمائة (أنظر التكرار المتجمع الصاعد).

– أن نسبة السكنات التي لها 3 غرف على الأقل هي 75 بالمائة (أنظر التكرار المتجمع النازل).

– أن نسبة السكنات التي لها 4 غرف على الأقل هي 45 بالمائة (أنظر التكرار المتجمع النازل).

2- شروط تكوين الجدول الإحصائي:

إن شروط تكوين الجدول الإحصائي هي كالتالي:

- عنوان واضح في أعلى الجدول يعطي فكرة واضحة عن البيانات التي يحتويها هذا الجدول.

3- طريقة Sturge لتحديد طول الفئات:

في حالة الصفة الكمية المستمرة فإن أغلب الدراسات في هذه الحالة تتطلب وضع مجالات أو فئات les classes وهذا بسبب وجود عدد كبير من القيم للمتغير الإحصائي X ، حيث يحدد عدد الفئات وطولها

حسب حجم العينة المأخوذة من المجتمع الإحصائي، فهناك طريقة تجريبية لتحديد طول الفئة وضعها العالم الإحصائي Sturge، حيث :

$$a = \frac{E}{1 + 3.33log\ (N)} \text{ أو } a = \frac{E}{1 + 1.33ln\ (N)}$$

a هو طول الفئة

E هو المدى العام وهو الفرق بين الحد الأقصى والحد الأدنى لقيم المتغير الاحصائي $\mathbf{X}_{max} - \mathbf{X}_{min}$

مثال: ليكن لدينا توزيع الأجر الساعي (الوحدة 10د ج) لعمال شركة النسيج كالتالي:

12 10 11 12 13 14 15 16 18 15 13 19 25 22 12 15 18 20 17 12 20 16
18 20 21 13 17 14 15 11 14 13 12 15 14 18 18 12 23 . 23 10 18 27 20
28 13 16 17 20 15 . المطلوب : ترتيب هذه المعطيات في جدول إحصائي و ذلك باستعمال طريقة Sturge في تحديد أطوال الفئات.

طريقة Sturge : طول الفئة :

$$a = \frac{\mathrm{E}}{1+1.33\ln(50)}$$

$$a = 2.7 \approx 3 \text{ ومنه } a = \frac{28-10}{1+3.33\,log(50)} \quad a = \frac{E}{1+3.33log\,(N)}$$

وهو طول الفئة، وفي الجدول وفي الفئة الأولى نبدأ بأقل قيمة وهي 10.

الأجور	عدد العمال (التكرار)
13--10	10
16--13	15
19--16	12
22--19	07
25--22	03
28--25	03
المجموع	50

رابعا: التمثيل البياني Les Graphies

يسمح التمثيل البياني بعرض المشاهدات أو المعطيات بطرق مختصرة وسهلة (أشكال ورسوم) تعكس تطور الظاهرة المدروسة في الزمان والمكان، حيث تساعد القارئ في أخذ صورة أو فكرة عامة عن الظاهرة المدروسة، كما تساعده على التحليل والفهم.

1- التمثيل البياني في حالة الصفة الكيفية:

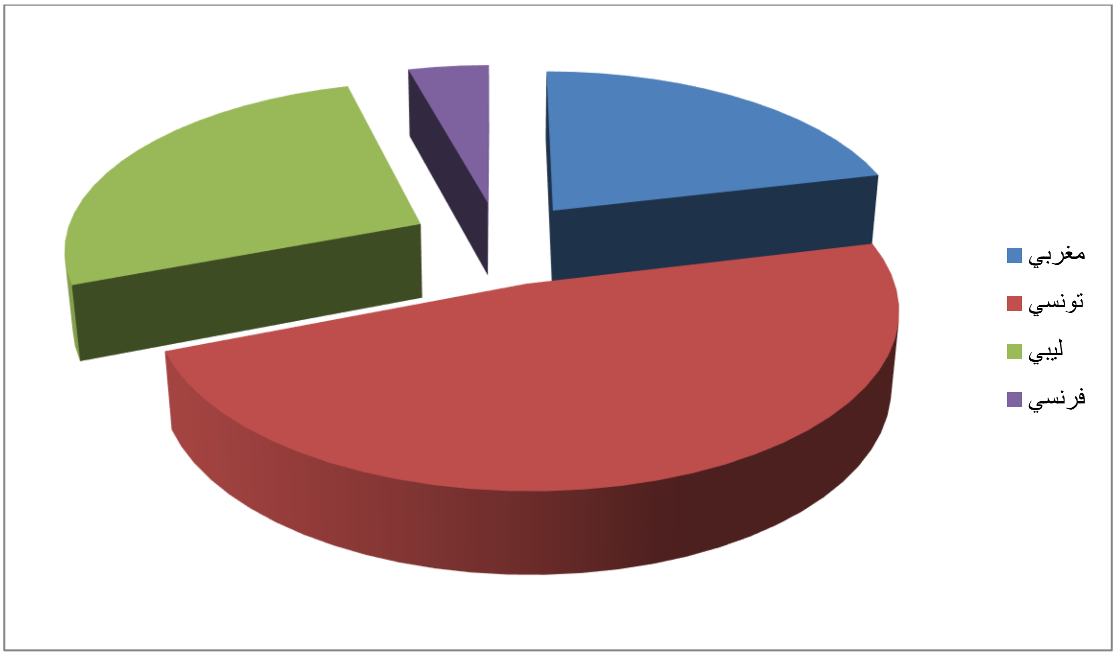
1 - 1 - طريقة الدائرة: Diagramme circulaire

هي عبارة عن دائرة مقسمة إلى عدة أجزاء يمثل كل جزء منها خاصية من الخصائص المدروسة، ونستعمل هنا قياس الزاوية ، حيث: $\alpha_i = 360^0 . f_i$

مثال: يمثل الجدول التالي :ت توزيع الأجانب في الجزائر العاصمة حسب الجنسية. تذكير: المجتمع الإحصائي هو الأجانب، الوحدة الإحصائية: أجنبي، المتغير: الجنسية، طبيعته: كيفي.

الجنسية	عدد الاجانب (التكرار)	التكرار النسبي	قيس الزاوية
مغربي	200	0.2	72
تونسي	450	0.45	162
ليبي	250	0.25	90
فرنسي	40	0.04	14.4
ايطالي	60	0.06	21.6
المجموع	1000	01	360

توزيع الأجانب في الجزائر العاصمة حسب الجنسية



1 – 2 – طريقة نصف الدائرة: Diagramme semi circulaire

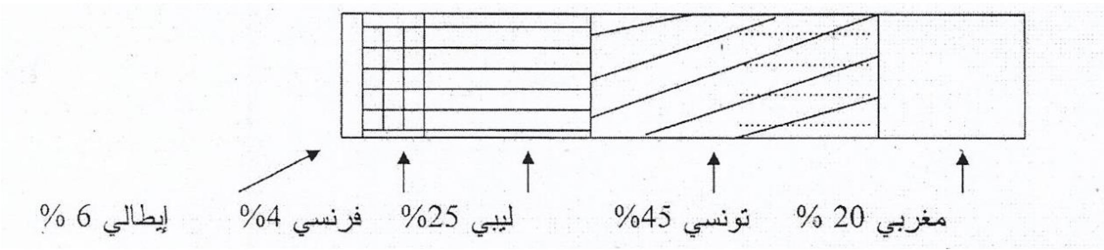
سنستعمل نفس الطريقة وإنما قيس الزاوية : $\alpha_i = 180^0 . f_i$

الجنسية	عدد الاجانب (التكرار)	التكرار النسبي	قيس الزاوية
مغربي	200	0.2	
تونسي	450	0.45	
ليبي	250	0.25	
فرنسي	40	0.04	
ايطالي	60	0.06	
المجموع	1000	01	180

1 – 3 – طريقة العمود المجزأ: Diagramme rectiligne

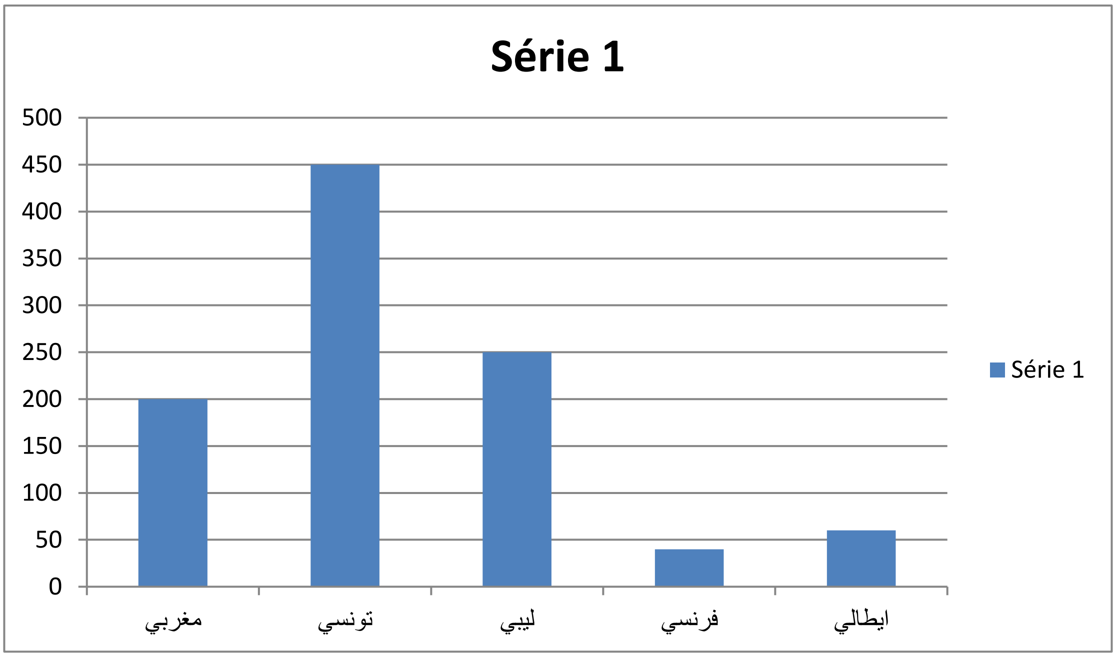
وهو عبارة عن عمود مقسم إلى عدة أجزاء، يمثل كل جزء منه خاصية من خصائص المتغير المدروس، وإذا أردنا تمثيل المعطيات المتعلقة بتوزيع الأجانب في الجزائر العاصمة مستعملين هذا النوع من التمثيل لبياني يكو الدينا:

توزيع الأجانب في الجزائر العاصمة حسب الجنسية



1 – 4– طريقة الأعمدة المستطيلة: Diagramme en baton

وهو عبارة عن مستطيلات لها قواعد متساوية ومتباعدة عن بعضها البعض بمسافات متساوية، ويتناسب طولها حسب تكرار كل خاصية من الخصائص المدروسة، وانطلاقا من المثال السابق (توزيع الأجانب في الجزائر العاصمة حسب الجنسية) يكون لدينا الشكل التالي:

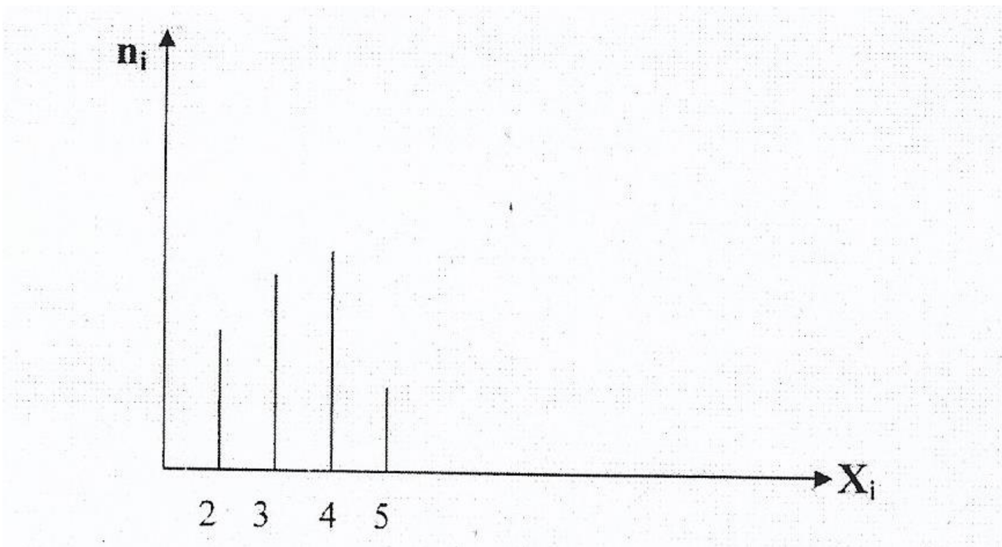


2 – التمثيل البياني في حالة الصفة الكمية:

1 – 2 – طريقة الأعمدة البسيطة: Diagramme en colonnes

في حالة الصفة الكمية المنفصلة (المتقطعة)، يكون التمثيل البياني المناسب طريقة الأعمدة البسيط، وهي عبارة عن خطوط عمودية يتناسب أطوالها حسب كل خاصية أو قيمة من قيم المتغير الإحصائي Xi، وإذا رجعنا إلى المثال السابق الخاص بتوزيع سكنات حي 100 سكن حسب عدد الغرف.

عدد الغرف	التكرار عدد السكنات	التكرار النسبي	التكرار المتجمع الصاعد	التكرار المجمع النازل
2	25	0.25	25	100
3	30	0.30	55	75
4	30	0.30	85	45
5	15	0.15	100	15
المجموع	100	1	–	–



ملاحظة:

يمكن تمثيل التكرار المتجمع الصاعد والنازل في الشكل التالي:

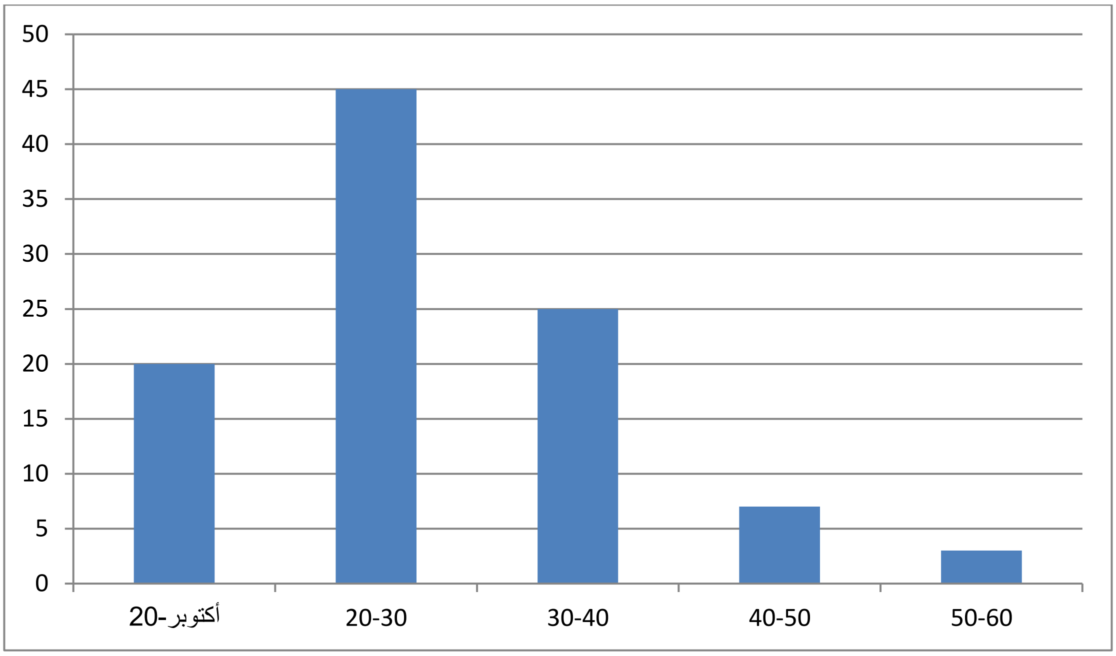
2 – 2 – المدرج التكراري: Histogramme

في حالة الصفة الكمية المتصلة (المستمرة)، نعلم أن المتغير الإحصائي يأخذ قيما عديدة وتكون المشاهدات في شكل فئات (مجالات) وعلى هذا الأساس يكون التمثيل البياني المناسب المدرج التكراري، وهو عبارة عن تمثيل كل فئة من فئات التوزيع التكراري بمستطيل حدود قاعدته في الحدود الفعلية لتلك الفئة وارتفاعه يتناسب مع تكرارها .

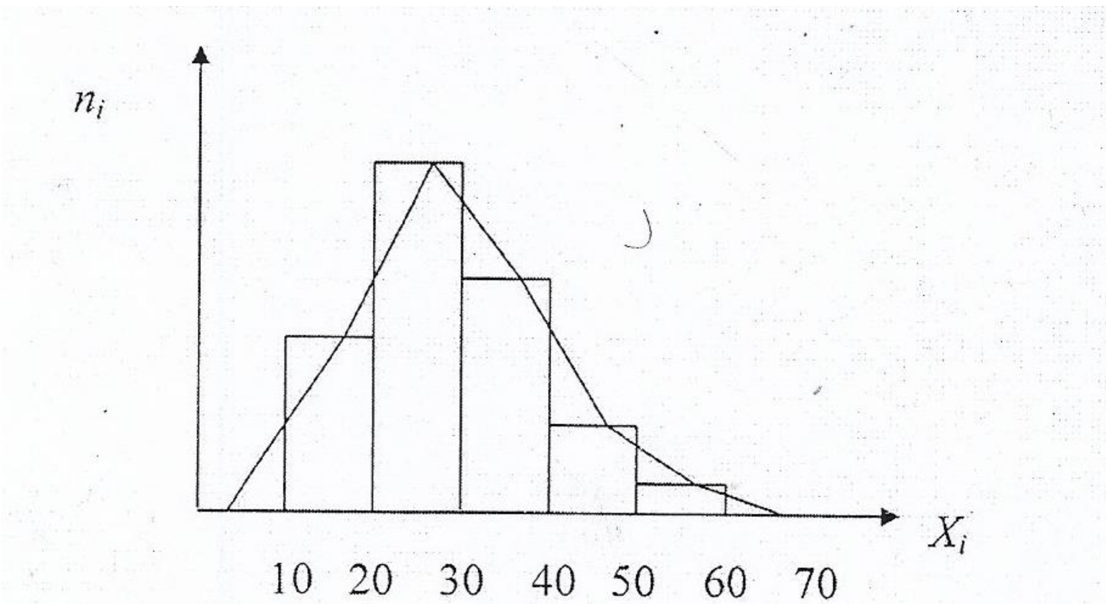
مثال: يمثل الجدول التالي توزيع عمال شركة النسيج حسب الأجر (الوحدة 103 دج)، حيث يمكن تمثيل معطياتها بالمدرج التكراري :

عدد العمال التكرار)

الاجور	عدد العمال (التكرار)
20-10	20
30-20	45
40-30	25
50-40	07
60-50	03
المجموع	100



توزيع عمال شركة النسيج حسب الأجر ومن خلال هذا التمثيل البياني أيضا يمكن رسم المضلع التكرار، ونحصل عليه بإيصال منتصفات الأضلع العلوية للمدرج التكراري مع افتراض فئتين الأولى من 0 إلى 10 والثانية من 60 إلى 70 وتكرارهما يساوي الصفر.



ملاحظة: نلاحظ أن مساحة المضلع التكراري هي نفسها مساحة المدرج التكراري.

الفصل الثانـي

مقاييس النزعة المركزيـة

Les paramètres de la tendances centrales ou de position

- المتوسط الحسابي.
- المتوسط الهندسي.
- المتوسط التوافقي.
- المتوسط التربيعي.
- الوسيط.
- الربيعيات.
- العشيريات.
- المئينيات.

لقد رأينا في الفصل السابق كيف يمكن ترتيب المعطيات في جداول إحصائية مع تمثيلها في أشكال بيانية مناسبة، وهي خطوة مهمة في أخذ فكرة أو صورة عامة حول تطور قيم الظاهرة المدروسة، لكن من أجل التحليل الدقيق للظاهرة المدروسة هناك خطوة أخرى مهمة تتمثل في حساب بعض المقاييس العددية تسمى بمقاييس النزعة المركزية (أو التوسط أو المعدلات)، وسميت بالنزعة المركزية لأن جميع قيم المتغير الإحصائي **X** أو المشاهدات تميل وتنزع نحو قيمة معينة تسمى بالقيمة المركزية، هذه القيمة المركزية تمثل المجتمع أو العينة المدروسة، وقد تكون هذه القيمة المركزية الوسط الحسابي، أو المنوال أو الوسيط، ولحساب مقاييس النزعة المركزية لابد من توفر الشروط التالية أو تسمى كذلك بشروط يولYUL:

- يجب أن يكون المتوسط معرفا تعريف دقيقا.
- يجب أن يحسب أو يبني من جميع المشاهدات.
- يجب أن يكون من السهل فهمه وتفسيره.
- يمكن حسابه بطريقة سهلة وسريعة.
- يخضع لعمليات الجبرية بسهولة.
- لا يتأثر كثيرا بالقيم المتطرفة أو الشّاذة.

– لا يتأثر كثيرا باختلاف العينات من المجتمع الواحد. والمتوسطات هي: المتوسط الحسابي، المتوسط الهندسي، المتوسط التربيعي، المتوسط التوافقي، الوسيط، المنوال.

أولا: الوسط (المتوسط الحسابي La moyenne Arithmetique

إذا كان لدينا مجموعة من المشاهدات $x_1, x_2, x_3, \ldots\ldots x_n$: فإن متوسطها الحسابي يعرف بالعلاقة التالية:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{N}$$

وإذا كانت المشاهدات مرتبة في جدول إحصائي وبوجود التكرارات تصبح علاقة المتوسط الحسابي كالتالي:

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^{n} f_i . x_i \quad \text{أو} \quad \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i x_i}{N}$$

وإذ كانت المشاهدات في شكل فئات يعبر لا عن مركز الفئة. مثال:

يمثل الجدول التالي أجور عمال مؤسسة للهاتف النقال والموضح كالآتي:

الوحدة: 10^3 دج

الاجور	عدد العمال (التكرار)	التكرار النسبي	مركز الفئة		
20−10	200	0.2	15	300	3
30−20	350	0.35	25	875	8.75
40−30	400	0.4	35	1400	14
50−40	30	0.3	45	1350	13.5
60−50	20	0.2	55	1100	
المجموع	100	01	--	5025	50.25

وباستعمال علاقة المتوسط الحسابي :

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i x_i}{N} = \frac{5025}{1000} = 50,25$$

أو مباشرة وباستعمال العلاقة الثانية نحصل على :

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^{n} f_i . x_i = 50,25$$

ملاحظة: إذا كان لدينا المتغير الإحصائي y : وهو عبارة عن :

البرهان:

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i y_i}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i \left(x_i - \bar{x}\right)}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i x_i}{N} - \frac{\bar{x}\sum_{i=1}^{n} n_i}{N} = \bar{x} - \bar{x} = 0$$

ثانيا: المتوسط الهندسي La moyenne Geometrique

إذا كان لدينا مجموعة من المشاهدات , فإن متوسطها الهندسي يعرف بالعلاقة التالية:

$$G = \overline{x_G} = \sqrt[N]{x_1 \, x_2 x_3 \ldots . x_k}$$

وإذا كانت المشاهدات مرتبة في جدول إحصائي وبوجود التكرارات تصبح علاقة المتوسط الهندسي كالتالي:

$$. G = \overline{x_G} = \sqrt[N]{x_1^{n_1} x_2^{n_2} x_3^{n_3} \ldots . x_k^{n_k}}$$

من خلال علاقة المتوسط الهندسي مايلي:

وبعد ترتيب هذه المعطيات يكون لدينا الجدول التالي:

معدل الفائدة xi	التكرار ni
1.1	4
1.2	1
1.3	5
1.5	1
2	1
2.1	1
2.2	3
2.3	3
3	2
3.1	1
المجموع	22

بإستعمال علاقة المتوسط الهندسي

و منه فمتوسط هذه المعدلات خلال هذه الفترة هو 1.17

ثالثا: المتوسط التوافقي La moyenne Harmonique

إذا كان لدينا مجموعة من المشاهدات : يدور فإن متوسطها التوافقي يعرف بالعلاقة التالية:

$$H = \overline{x_H} = \frac{N}{\sum_{i=1}^{n} x_i}$$

وإذا كانت المشاهدات مرتبة في جدول إحصائي وبوجود التكرارات تصبح علاقة المتوسط

التوافقي كالتالي:

$$G = \overline{x_G} = \sqrt[N]{x_1^{n_1} x_2^{n_2} x_3^{n_3} \ldots x_k^{n_k}} = \sqrt[22]{1{,}1^4 .1{,}2^1 .1{,}3^5 .1{,}5^1 .2^1 .2{,}1^1 .2{,}2^3 .2{,}3^3 .3^2 .3{,}1^1} = 1{,}71$$

$$H = \overline{x_H} = \frac{N}{\sum_{i=1}^{n} \frac{n_i}{x_i}}$$

-، ومن خلال العلاقات السابقة المتوسط التوافقي هو مقلوب المتوسط.

الحسابي لمقلوب قيم المتغير الإحصائي ;X .

إن مجالات تطبيق المتوسط التوافقي تعتبر أيضا قليلة مقارنة مع المتوسط الحسابي، حيث يستعمل في حساب متوسط السرعات.

Xi/ni	التكرار ni	السرعة xi
0.02	1	50
0.033	2	60
0.028	2	70
0.81	5	المجموع

و باستعمال علاقة المتوسط التوافقي :

$$H = \overline{x_H} = \frac{5}{\frac{1}{50}+\frac{2}{60}+\frac{2}{70}} = 61{,}72$$

و منه فمتوسط هذه السرعات خلال فترة الرحلة هو 61.72 كلم/سا

رابعا: المتوسط التربيعي La moyenne Quadrique

إذا كان لدينا مجموعة من المشاهدات: و لا , فإن متوسطها التربيعي يعرف بالعلاقة التالية:

$$Q = \overline{x_Q} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{N}}$$

وإذا كانت المشاهدات مرتبة في جدول إحصائي وبوجود التكرارات تصبح علاقة المتوسط الهندسي كالتالي:

$$Q = \overline{x_Q} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{N}}$$

إذا ومن خلال العلاقات السابقة فالمتوسط التربيعي هو جذر المتوسط الحسابي لمربعات الفروق لقيم المتغير الإحصائي X . **ملاحظة:**

عند حساب جميع المتوسطات السابقة لأي سلسلة إحصائية فإنه يكون لدينا العلاقة التالية وهي مبرهنة تجريبيا:

$$H \prec G \prec \overline{x} \prec Q$$

خامسا: الوسيط La Mediane Me

يعرف الوسيط بأنه قيمة المتغير الإحصائي التي تقسم المجتمع الإحصائي إلى قسمين متساويين، بشرط أن تكون قيم المشاهدات مرتبة ترتيبا تصاعديا أو تنازليا، أي أن 50 بالمائة من المشاهدات أقل منه و50 بالمائة الأخرى أقل منه.

1- الوسيط حالة البيانات غير المبوبة:

1 - 1 حالة عدد المشاهدات فرديا:

إذا كانت لدينا المشاهدات التالية والتي تمثل نقاط طلبة الفوج 5 وهي مرتبة ترتيبا تصاعديا: 5 5 6 7 7 8 8 9 11 12 12 13 13 14 5 16 16 17 3، وباعتبار أن الوسيط يقسم المجتمع الإحصائي إلى قسمين متساويين، فإن الوسيط هو 11، أي Me = 11 ، فرتبة الوسيط عندما يكون عدد المشاهدات فردية هي

$$\frac{(N+1)}{2} ،$$

وفي مثالنا نجد: $\frac{(N+1)}{2}=\frac{(19+1)}{2}=10$ ، أي رتبته العاشرة، أي 9

مشاهدات أقل منه و9 مشاهدات أكبر منه.

1-2- حالة عدد المشاهدات زوجيا:

إذا كانت لدينا هذه المرة 20 مشاهدة :

3 5 5 6 7 7 8 8 9 11 12 12 13 13 14 15 16 16 17 17 ، باعتبار أن الوسيط يقسم المجتمع الاحصائي الى قسمين متساويين فإن الوسيط هذه الحالة هو المتوسط الحسابي للعددين الأوسطين ، هما 11 و 12 أي me =11+12/2 = 11.5 فالوسيط عندما يكون عدد المشاهدات زوجيا هو المتوسط الحسابي لصاحب الرتبة n/2 و صاحب الرتبة n/2+1.

2- الوسيط حالة البيانات المبوبة:

في حالة البيانات المبوبة أي وجود المعطيات في شكل فئات، نستعمل لحساب الوسيط العلاقة الرياضية التالية:

$$Me = e_{i-1} + a_i \left(\frac{\frac{N}{2} - F_{i-1}}{n_i} \right)$$

E_{i-1} الحد الأدنى للفئة الوسيطية

Ai طول الفئة الوسيطية

N حجم العينة أو التكرار الكلي

Fi-1 التكرار المتجمع الصاعد الذي يسبق التكرار المتجمع الصاعد المقابل للفئة الوسيطية .

Ni تكرار الفئة الوسيطية

وقبل تطبيق هذه العلاقة يجب أن نحدد مايلي:

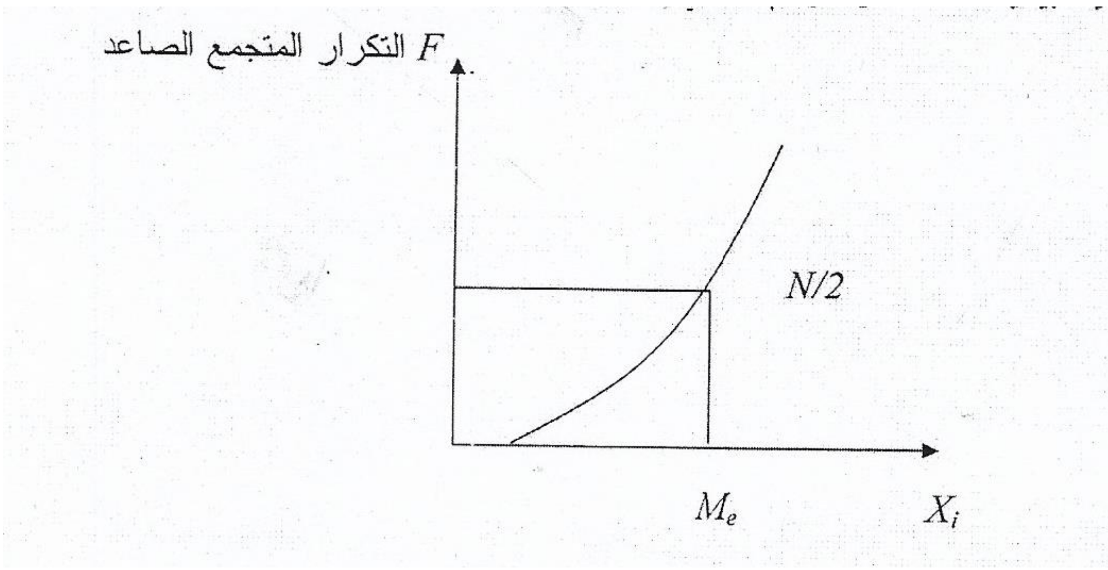
- تحديد التكرار المتجمع الصاعد.

- تحديد الفئة الوسيطية، وهي الفئة التي تقابل $N/2$ في التكرار المتجمع الصاعد أو أكبر منه مباشرة.

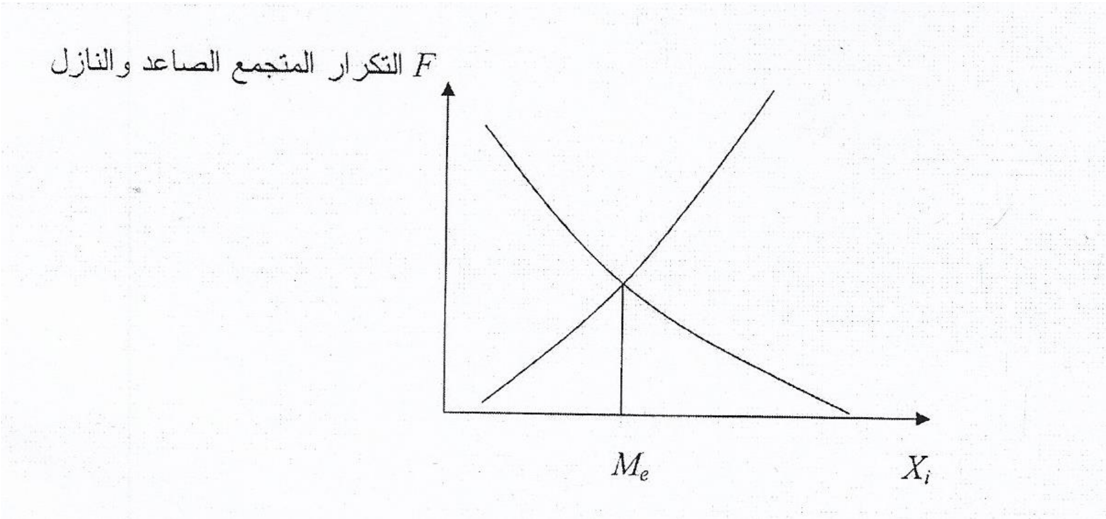
- حساب الوسيط بالعلاقة السابقة.

ملاحظة:

يحدد الوسيط بيانيا انطلاقا من الرسم البياني الخاص بالتكرار المتجمع الصاعد.



كما أن الوسيط بيانيا هو عندما يتقاطع منحنى التكرار المتجمع الصاعد مع منحنى التكرار المتجمع النازل.



مثال:

وبالرجوع للمثال السابق يمثل الجدول التالي أجور عمال مؤسسة للهاتف النقال والموضح كالآتي:

المتغير الأجور xi	عدد العمال التكرار ni	التكرار النسبي fi	التكرار المتجمع الصاعد f
20−10	200	0.2	200
30−20	350	0.35	550
40−30	400	0.4	950
50−40	30	0.3	980
60−50	20	0.2	1000
المجموع	1000	1	--

أولا نلاحظ بعد تحديد التكرار المتجمع الصاعد أن الفئة الوسيطية هي الفئة التي تقابل

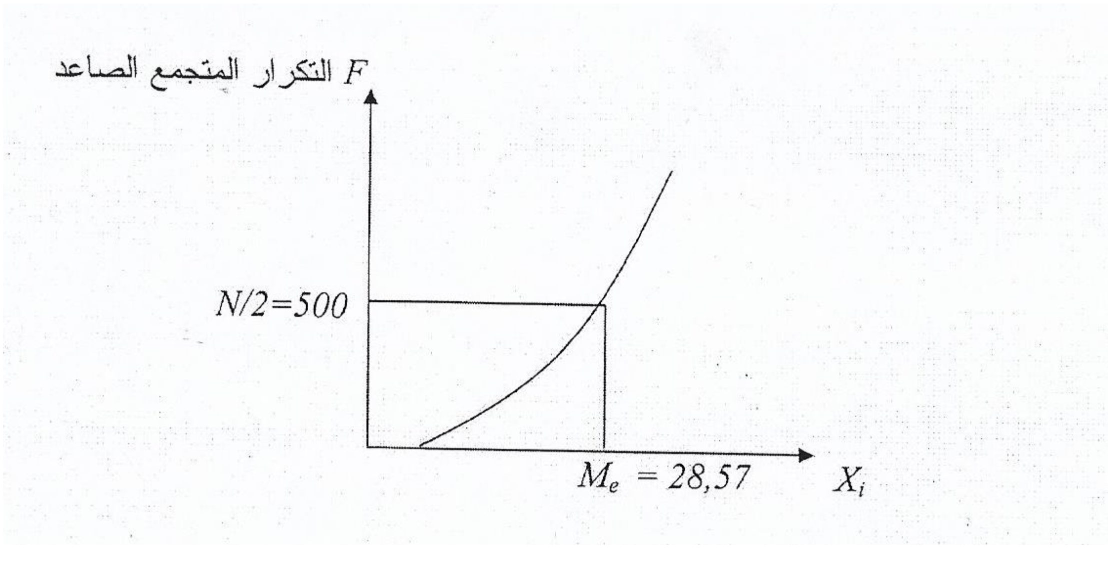
$$N/2 = 1000/2 = 500$$

لا يوجد العدد 500 في العمود الذي يمثل التكرار المتجمع الصاعد وإنما العدد الذي أكبر منه هو 550، أي أن الفئة الوسيطية هي : 20−30، والآن سنطبق العلاقة الرياضية للوسيط:

$$Me = e_{i-1} + a_i \left(\frac{\frac{N}{2} - F_{i-1}}{n_i} \right) = 20 + 10 \left(\frac{\frac{1000}{2} - 200}{350} \right) = 28,57$$

ومنه فالوسيط هو:28570 دج ، ومنه نقول أن 50 بالمائة من العمال يتقاضون أجرا أعلى من 28570 دج، و50 بالمائة الأخرى يتقاضون أجرا أقل منه.

وبيانيا نلاحظ:



ملاحظة:

" إذا استعملنا التكرار النسبي تصبح علاقة الوسيط :

$$Me = e_{i-1} + a_i\left(\frac{0,5 - F_{i-1}}{f_i}\right)$$

حيث: f_i هي التكرار النسبي للفئة الوسيطية.

سادسا: الربيعيات les quartiles 1

1- الربيع الأول:

يعرف الربيع الأول بقيمة المتغير الإحصائي التي تقسم المجتمع الإحصائي إلى قسمين، يتضمن القسم الأول 25 بالمائة من المشاهدات، أما القسم الثاني فيتضمن طبعا 75 بالمائة من المشاهدات.

1 – 1 في حالة البيانات غير المبوبة:

لدينا n+1/4 = 19+1/4=5 إذا عددا صحيحا n'=5 أي رتبته الخامسة و منه q1 = 7 و نلاحظ أن 25 بالمائة من المشاهادات أقل منه و 75 بالمائة من المشاهدات أكبر منه .

الحالة الثانية :

إذا كانت لدينا المشاهدات التالية و التي تمثل نقاط طلبة الفوج 4 و هي مرتبة ترتيبا تصاعديا :

3 3 5 5 6 7 7 8 8 9 11 12 12 13 13 14 15 16 16 17

لدينا n+1/4=21+1/4=5.25 إن هذه النتيجة عبارة عن عددا صحيحا n'=5 مضافا إليه عددا عشريا

α =0.25

و منه فالربيع الأول هو صاحب المرتبة الخامسة مضافا إليه العدد 0.25 جداء الفرق بين صاحب المرتبة السادسة و صاحب المرتبة الخامسة ، أي :

Q1=6+0.25(7-6)=6.25

2-1-الربيع الأول حالة البيانات المبوبة:

في حالة البيانات المبوبة أي وجود المعطيات في شكل فئات، نستعمل لحساب الربيع الأول العلاقة الرياضية التالية:

$$Q_1 = e_{i-1} + a_i \left(\frac{\frac{N}{4} - F_{i-1}}{n_i} \right)$$

E_{i-1} الحد الأدنى للفئة الربيع الأول

Ai طول الفئة الربيع الأول

N حجم العينة أو التكرار الكلي

Fi-1 التكرار المتجمع الصاعد الذي يسبق التكرار المتجمع الصاعد المقابل للفئة الربيع الأول.

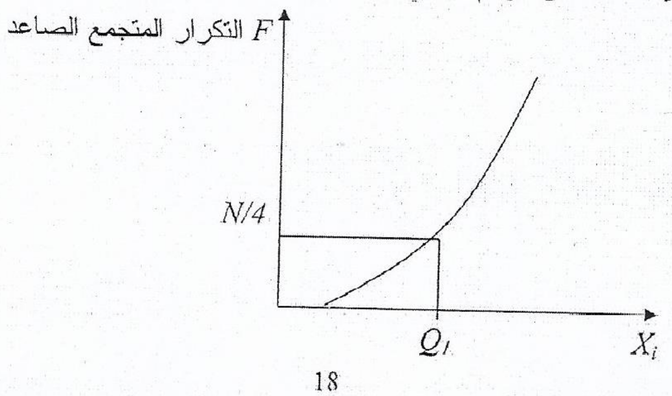
Ni تكرار الفئة الربيع الأول

وقبل تطبيق هذه العلاقة يجب أن نحدد مايلي:

- تحديد التكرار المتجمع الصاعد.
- تحديد فئة الربيع الأول، وهي الفئة التي تقابل في التكرار المتجمع الصاعد أو أكبر منه مباشرة.
- حساب الربيع الأول بالعلاقة السابقة.

ملاحظة: يحدد الربيع الأول بيانيا انطلاقا من الرسم البياني الخاص بالتكرار المتجمع الصاعد.

يحدد الربيع الأول بيانيا انطلاقا من الرسم البياني الخاص بالتكرار المتجمع الصاعد.



مثال : (مثال سابق)

يمثل الجدول التالي أجور عمال مؤسسة للهاتف النقال والموضح كالآتي:

المتغير الأجور xi	عدد العمال التكرار ni	التكرار النسبي fi	التكرار المتجمع الصاعد f
20-10	200	0.2	200
30-20	350	0.35	550
40-30	400	0.4	950
50-40	30	0.3	980
60-50	20	0.2	1000
المجموع	1000	1	--

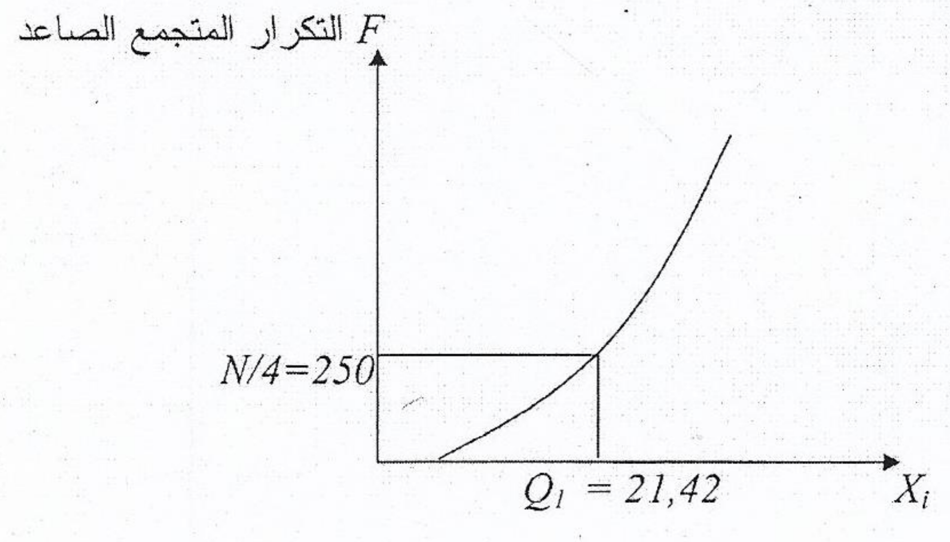
أولا نلاحظ بعد تحديد التكرار المتجمع الصاعد أن فئة الربيع الأول هي الفئة التي تقابل

$$، \ N/4 = 1000/4 = 250 \ ،$$

، لا يوجد العدد 250 في العمود الذي يمثل التكرار المتجمع الصاعد وإنما العدد الذي أكبر منه مباشرة هو 550، أي أن فئة الربيع الأول هي : 20–30، والآن سنطبق العلاقة الرياضية للربيع الأول:

$$Q_1 = e_{i-1} + a_i\left(\frac{\frac{N}{4} - F_{i-1}}{n_i}\right) = 20 + 10\left(\frac{\frac{1000}{4} - 200}{350}\right) = 21{,}42$$

ومنه فالربيع الأول هو : 21420 دج ، ومنه نقول أن 25 بالمائة من العمال يتقاضون أجرا أقل من 21420 دج، و 75 بالمائة الأخرى يتقاضون أجرا أكبر منه. وبيانيا نلاحظ:



ملاحظة:

إذا استعملنا التكرار النسبي تصبح علاقة الربيع الأول :

$$Q_1 = e_{i-1} + a_i\left(\frac{0{,}25 - F_{i-1}}{f_i}\right)$$

حيث: f_i هي التكرار النسبي لفئة الربيع الأول.

حيث: f هي التكرار النسبي لفئة الربيع الأول.

2- الربيع الثالث ,Q:

يعرف الربيع الثالث بقيمة المتغير الإحصائي التي تقسم المجتمع الإحصائي إلى قسمين، يتضمن القسم الأول 75 بالمائة من المشاهدات، أما القسم الثاني فيتضمن طبعا 25 بالمائة من المشاهدات.

2-1- الربيع الثالث حالة البيانات غير المبوبة:

قبل تحديد الربيع الثالث يجب أن تكون البيانات مرتبة ترتيبا تصاعديا، ولتحديد رتبته نستعمل الطريقة التالية: نحسب 3 2 فإذا كانت النتيجة عددا صحيحا مثلا هي: N فرتبته تلك القيمة أي رتبته ، أما إذا كانت النتيجة عددا صحيحا مضافا له عددا عشريا مثلا:

$$3\frac{(N+1)}{4} = N' + \alpha$$

فالربيع الثالث هو صاحب المرتبة 'N مضافا إليه & جداء الفرق بين صاحب المرتبة N +1 وصاحب المرتبة 'N.

مثال: (المثال السابق وهو يتضمن أيضا الحالتين الاثنتين)

إذا كانت لدينا المشاهدات التالية و التي تمثل نقاط طلبة الفوج 4 و هي مرتبة ترتيبا تصاعديا :

3 5 5 6 7 7 8 8 9 11 12 12 13 13 14 15 16 16 17

لدينا n+1/4=3(21+1/4)=15.75 إذا عددا صحيحا n'=15 أي رتبته الخامسة عشر و منه Q3=14 و نلاحظ أن 25 % من المشاهدات أقل منه و 75 % من المشاهدات أكبر منه .

الحالة الثانية

إذا كانت لدينا المشاهدات التالية و التي تمثل نقاط طلبة الفوج 4 و هي مرتبة ترتيبا تصاعديا :

17 16 16 15 14 13 13 12 12 11 9 8 8 7 7 6 5 5 3 3

لدينا $n+1/4=20+1/4=5.25$ إن هذه النتيجة عبارة عن عددا صحيحا $n'=5$ مضافا إليه عددا عشريا $\alpha=0.25$.

و منه فالربيع الأول هو صاحب المرتبة الخامسة مضافا إليه 0.25 جداء الفرق بين صاحب المرتبة السادسة و صاحب المرتبة الخامسة ، أي

$Q_1=6+0.25(7-6)=6.25$

2-2- الربيع الثالث حالة البيانات المبوبة :

في حالة البيانات البيانات المبوبة أي وجود المعطيات في شكل فئات ، نستعمل لحساب الربيع الثالث العلاقة التالية :

$$Q_3 = e_{i-1} + a_i\left(\frac{\frac{3N}{4} - F_{i-1}}{n_i}\right)$$

Ei-1 : الحد الأدنى لفئة الربيع الثالث

Ai : طول فئة الربيع الثالث

N : حجم العينة أو التكرار الكلي

Fi-1 : التكرار المتجمع الصاعد الذي يسبق تكرار المتجمع الصاعد المقابل لفئة الربيع الثالث

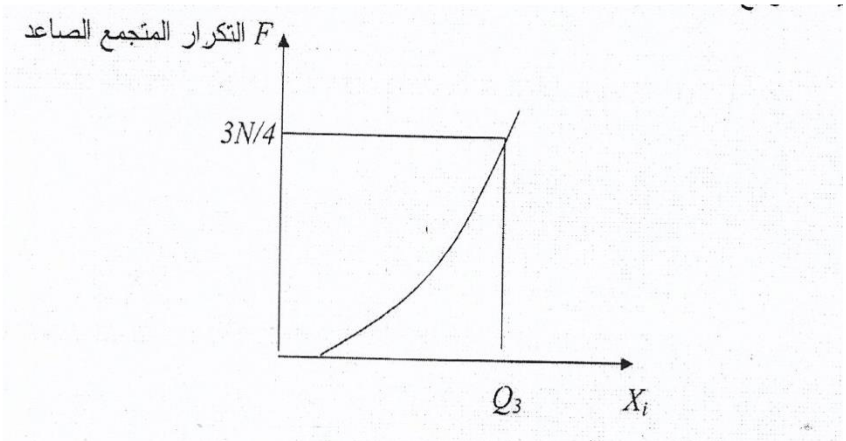
Ni : تكرار فئة الربيع الثالث

و قبل تطبيق هذه العلاقة يجب أن نحدد مايلي :

- تحديد التكرار المجمع الصاعد
- تحديد فئة الربيع الثالث و هي الفئة التي تقابل 3n/4 في التكرار المتجمع الصاعد أو أكبر منه مباشرة.

ملاحظة

يحدد الربيع الثالث بيانيا انطلاقا من الرسم البياني الخاص بالتكرار المتجمع الصاعد



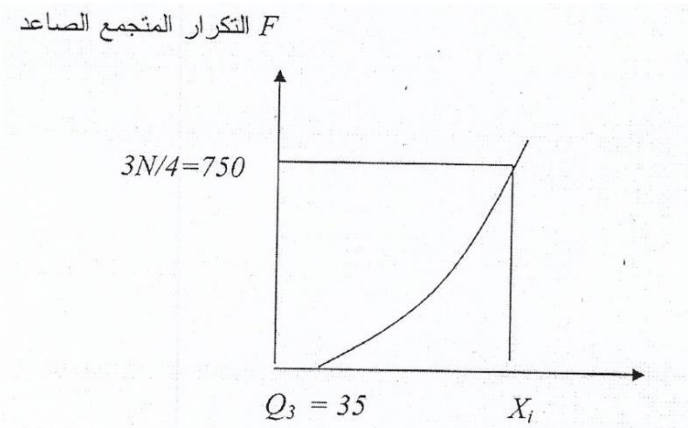
التكرار المتجمع الصاعد f	التكرار النسبي fi	عدد العمال التكرار ni	المتغير الأجور xi
200	0.2	200	20−10
550	0.35	350	30−20
950	0.4	400	40−30
980	0.3	30	50−40
1000	0.2	20	60−50
--	1	1000	المجموع

أولا نلاحظ بعد تحديد التكرار المتجمع الصاعد أن فئة الربيع الثالث هي الفئة التي تقابل 3n/4=3(1000)/4=750 لا يوجد العدد 750 في العمود الذي يمثل التكرار المتجمع الصاعد و إنما العدد الذي أكبر منه مباشرة هو 950 أي أن فئة الربيع الثالث هي 30−40 و الان سنطبق العلاقة الرياضية للربيع الثالث :

$$Q_3 = e_{i-1} + a_i\left(\frac{\frac{3N}{4} - F_{i-1}}{n_i}\right) = 30 + 10\left(\frac{3\frac{(1000)}{4} - 550}{400}\right) = 35$$

و منه فالربيع الثالث هو 350000دج و منه نقول أن 25% من العمال يتقاضون أجر أكبر من 350000دج و 75 % الأخرون يتقاضون أجر أقل منه .

و بيانيا نلاحظ



ملاحظة

إذا إستعملنا التكرار النسبي تصبح علاقة الربيع الثالث :

$$Q_3 = e_{i-1} + a_i\left(\frac{0{,}75 - F_{i-1}}{f_i}\right)$$

حيث fi هي التكرار النسبي لفئة الربيع الثالث

سابعا : العشيريات

1-العشير d1

يعرف العشير الأول بقيمة المتغير الاحصائي التي تقسم المجتمع الاحصائي إلى قسمين يتضمن القسم الأول ابلمائة من المشاهدات أما القسم الثاني فيتضمن طبعا 90 ابلمائة من المشاهدات و يوجد في السلسلة الاحصائية تسع عشيريات d1.d2.d3.....dn

في حالة البيانات المبوبة أي وجود المعطيات في شكل فئات، نستعمل لحساب العشير الأول العلاقة الرياضية

Ei-1 : الحد الأدنى لفئة العشير الأول

Ai : طول فئة العشير الأول

N : حجم العينة أو التكرار الكلي

Fi-1 : التكرار المتجمع الصاعد الذي يسبق تكرار المتجمع الصاعد المقابل لفئة العشير الأول

Ni : تكرار فئة العشير الأول

وقبل تطبيق هذه العلاقة يجب أن نحدد مايلي:

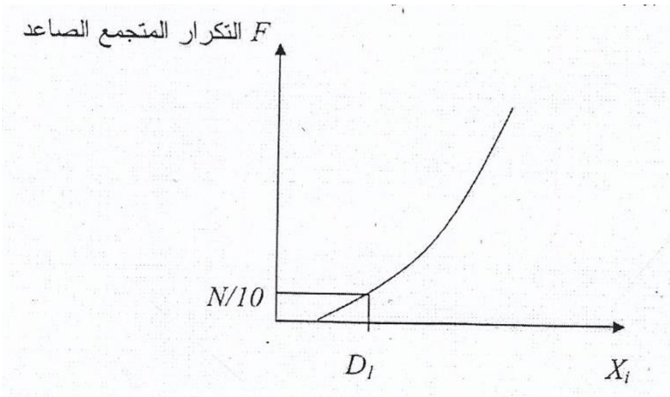
- تحديد التكرار المتجمع الصاعد.

- تحديد فئة العشير الأول، و هي الفئة التي تقابل و في التكرار المتجمع الصاعد أو أكبر منه مباشرة.

- حساب العشير الأول بالعلاقة السابقة.

ملاحظة

يحدد العشير الأول بيانيا انطلاقا من الرسم البياني الخاص بالتكرار المتجمع الصاعد



يمثل الجدول التالي أجور عمال مؤسسة للهاتف النقال
الموضح كالتالي :

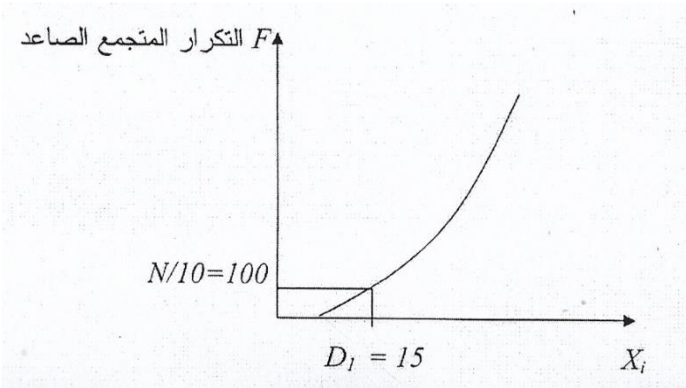
المتغير الأجور xi	عدد العمال التكرار ni	التكرار النسبي fi	التكرار المتجمع الصاعد f
20-10	200	0.2	200
30-20	350	0.35	550
40-30	400	0.4	950
50-40	30	0.3	980
60-50	20	0.2	1000
المجموع	1000	1	--

أولا نلاحظ بعد تحديد التكرار المتجمع الصاعد أن فئة العشير الأول هي الفئة التي تقابل $n/10=1000/10=100$ لا يوجد العدد 100 في العمود الذي يمثل التكرار المتجمع الصاعد و إنما العدد الذي أكبر منه مباشرة هو 200، أي أن فئة العشير الأول هي 10-20 و الأن سنطبق اللاقة الرياضية للعشير الأول

$$D_1 = e_{i-1} + a_i \left(\frac{\frac{N}{10} - F_{i-1}}{n_i} \right) = 10 + 10 \left(\frac{\frac{1000}{10} - 0}{200} \right) = 15$$

و منه فالعشير الأول هو 15000دج و منه نقول أن 10% من العمال يتقاضون أجرا أقل من 15000دج و 75 % الأخرى يتقاضون أجر أكبر منه .

و بيانيا نلاحظ



ثامنا: المئينيات 1 les percentiles

- المئيني الأول P:

يعرف المئيني الأول بقيمة المتغير الاحصائي التي تقسم المجتمع الاحصائي إلى قسمين يتضمن بالقسم الأول 1% من المشاهدات أما القسم الثاني فيتضمن طبعا 99% من المشاهدات و يوجد في السلسلة الاحصائية تسع و تسعون مئيني p1.p2.p3....pn

في حالة البيانات مبوبة أي وجود المعطيات في شكل فئات ، نستعمل لحساب المئيني الأول العلاقة الرياضية التالية :

$$P_1 = e_{i-1} + a_i \left(\frac{\frac{N}{100} - F_{i-1}}{n_i} \right) ،.$$ حيث

E_{i-1} : الحد الأدنى لفئة المئيني الأول

A_i : طول فئة المئيني الأول

N : حجم العينة أو التكرار الكلي

F_{i-1} : التكرار المتجمع الصاعد الذي يسبق تكرار المتجمع الصاعد المقابل لفئة المئيني الأول

N_i : تكرار فئة المئيني الأول

و قبل تطبيق هذه العلاقة يجب أن نحدد ما يلي :

- تحديد التكرار المتجمع الصاعد
- تحديد فئة العشير الأول و هي الفئة التي تقابل $n/100$ في التكرار المتجمع الصاعد أو أكبر منه مباشرة .
- حساب المئني الأول بالعلاقة السابقة.

مثال : **(مثال سابق)**

يمثل الجدول التالي أجور عمال مؤسسة للهاتف النقال والموضح كالآتي:

المتغير الأجور xi	عدد العمال التكرار ni	التكرار النسبي fi	التكرار المتجمع الصاعد f
20-10	200	0.2	200
30-20	350	0.35	550
40-30	400	0.4	950
50-40	30	0.3	980
60-50	20	0.2	1000
المجموع	1000	1	--

أولا نلاحظ بعد تحديد التكرار المتجمع الصاعد أن فئة المئيني الأول هي الفئة التي تقابل

$$N/_{100} = 1000/_{100} = 10$$

لا يوجد العدد 10 في العمود الذي يمثل التكرار المتجمع الصاعد وإنما العدد الذي أكبر منه مباشرة هو 200، أي أن فئة المئيني الأول هي : 20−10، والآن سنطبق العلاقة الرياضية للمئيني الأول:

$$D_1 = e_{i-1} + a_i\left(\frac{\frac{N}{10} - F_{i-1}}{n_i}\right) = 10 + 10\left(\frac{\frac{1000}{100} - 0}{200}\right) = 1,5$$

ومنه فالعشير الأول هو :1500 دج ، ومنه نقول أن 1 بالمائة من العمال يتقاضون أجرا أقل من 1500 دج، و99 بالمائة الأخرى يتقاضون أجرا أكبر منه.

ملاحظة:

إذا استعملنا التكرار النسبي تصبح علاقة المئيني الأول :

نلاحظ: عندما تكون المشاهدات مرتبة ترتيبا تصاعديا، يمكن تحديد مراتب الوسيط والربيعيات والعشيريات والمئينات حسب الشكل التالي:

نلاحظ : عندما تكون المشاهدات مرتبة ترتيبا تصاعديا ، يمكن تحديد مراتب الوسيط و الربيعيات و العشيريات و المئينات حسب الشكل التالي :

X1.x2.x3..xi

P1.p2.p3............p50..............p99....

……………………Me……………………

……d1……………d5……………d9….

…………q1…………q2…………q3…………

الفصل الثالث:

مقاييس التشتت والشكل

les parametres de dispersion et de forme

- مقاييس التشتت.
- مقاييس الشكل (الالتواء والتفلطح).
- مقاييس التفلطح

أولا: مقاييس التشتت les parametres de dispersion

يعتبر تحليل المعطيات الإحصائية باستعمال مقاييس النزعة المركزية محدود و غير كاف لتحديد خواص الظاهرة المدروسة، فلا يمكن أحيانا مثلا تقديم دراسة تسمح لنا بمقارنة بين سلسلتين إحصائيتين أو أكثر، فمثلا إذا كانت لدينا السلسلتين الإحصائيتين التاليتين:

72 71 71 70 70 70 69 68

110 90 90 70 70 70 60 50 30

نلاحظ أن لهما نفس الخصائص الثلاثة للنزعة المكزية: $\bar{X} = M_e = M_o = 70$

في هذه الحالة لا نستطيع أن نقارن بين هذين السلسلتين، لكن هناك مقاييس أخرى تسمح لنا بالمقارنة بينهم وتعتمد بالأساس على حساب الفروقات بين قيم المشاهدات و القيمة المركزية (قد تكون القيمة المركزية المنوال أو الوسيط أو المتوسط الحسابي، غالبا ما يكون المتوسط الحسابي)، إن هذه المقاييس تبين لنا كيفية توزيع انتشار قيم المتغير الإحصائي حول القيمة المركزية.

1- المدى العام Etendue:

وهو الفرق بين أكبر قيمة وأقل قيمة في التوزيع الإحصائي، وهو كذلك الفرق بين الحد الأعلى للفئة الأخيرة والحد الأدنى للفئة الأولى، ، ونلاحظ أن المدى العام يضم كل الوحدات الإحصائية التي تشكل المجتمع الإحصائي، وهو يتأثر بالقيم المتطرفة، ويستعمل المدى العام في المقارنة بين سلسلتين إحصائيتين أو أكثر، وبالرجوع لحالة السلسلتين السابقتين: يلاحظ المدى العام للسلسلة الأولى: $E = 72 - 68 = 4$

$$E = X_{max} - X_{min}$$

والسلسلة الثانية: $E = 110 - 30 = 80$

ومنه يمكن القول أن السلسلة الثانية أكثر تشتتا مقارنة بالسلسلة الأولى.

2- **المدى الربيعي :**

وهو الفرق بين الربيع الثالث والربيع الأول، ومنه المدى الربيعي يضم 50 بالمائة من المشاهدات، ويستعمل كذلك في المقارنة بين سلسلتين أو أكثر من حيث التشتت، أي

$$IE = Q_3 - Q_1$$

3-نصف المدى الربيعي:

$$\frac{IE}{2} = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

نصف المدى الربيعي هو حاصل قسمة المدى الربيعي إلى العدد 2،

مثال:

لتكن لدينا السلسلة الاحصائية التالية و التي تمثل توزيع 11 عاملا في مؤسسة ما حسب الأجر اليومي :

1600 1400 1300 1200 1100 1000 900 800 700

لحساب المدى الربيعي لابد من حساب الربيع الأول Q_1 و الربيع الثالث Q_3 نلاحظ أن رتبة الربيع الأول هي :

3=4/11+1=4/N+1، أي Q1 =900، اما رتبة الربيع الثالث فهي

$$3\frac{(N+1)}{4} + 3\frac{(11+1)}{4} = 9 \text{،} \quad Q3 = 1400$$

و منه فنصف المدى الربيعي

$$Q3 = \frac{IE}{2} = \frac{(Q3 - Q1)}{2} = \frac{(1400 - 900)}{2} = 200$$

و يمكن القول أن 50% من العمال أجورهم تبتعد في المتوسط عن الوسيط بأقل من 200دج.

4- الانحراف المتوسط :

و هو البعد المتوسط للقيم المتغير الاحصائي x_i عن القيمة المركزية قد تكون القيمة المركزية المنوال أو الوسيط أو المتوسط الحسابي و الانحراف هو الفرق بين قيمة المتغير الاحصائي و القيمة المركزية و الانحراف .

المتوسط هو المتوسط الحسابي لهذه الفروق، ونلاحظ رياضيا أنه تستعمل القيمة المطلقة حتى لا ينعدم هذا المتوسط عندما تكون القيمة المركزية هي المتوسط الحسابي.

الانحراف المتوسط بالنسبة للوسيط $Emt = \sum_{n-1}^{n} n \frac{Xi-M}{N}$

الانحراف المتوسط بالنسبة للمنوال $Em0 = \sum_{i-1}^{n} ni \frac{Xi-Ma}{N}$

الانحراف المتوسط بالنسبة للمتوسط الحسابي

$$E_{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i \left| x_i - \bar{x} \right|}{N}$$

نلاحظ عند عدم وضع القيمة المطلقة بالنسبة للإنحراف المتوسط الخاص بالمتوسط الحسابي :

$$E_{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i (x_i - \bar{x})}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i x_i}{N} - \frac{\bar{x} \sum_{i=1}^{n} n_i}{N} = \bar{x} - \bar{x} = 0$$

مثال

ليكن لدينا الجدول التالي و الذي يبين توزيع عمال شركة النسيج الوطنية حسب الأمر الساعي:

المتغير الأجور	مركز الفئة	عدد العمال التكرار ni	C_iXN_i	التكرار المتجمع الصاعد F
20-10	15	10	150	10
30-20	25	24	600	34
40-30	35	31	1085	65
50-40	45	43	1935	108
60-50	55	28	1540	136
70-60	65	08	520	144
المجموع	-	144	5830	-

و بحساب المتوسط الحسابي $X=5830/144 = 40.48$ و الوسيط $m= 40+10(72-65/43)= 41.63$

$\|xi-x\|$	$n\|xi-x\|$	Xi-Me	Ni(xi-me)
25.48	254.8	26.63	266.3
15.48	371.52	16.63	399.12
5.48	169.88	6.63	205.53
4.52	194.36	3.37	144.91
14.52	406.56	13.37	374.36
24.52	196.16	23.37	186.96
-	1593.28	-	1577.18

و منه نحسب الانحراف المتوسط للوسط الحسابي

$$E_{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i |x_i - \bar{x}|}{N} = \frac{1593,28}{144} = 11,06$$

و يمكن القول أن الأجور تبعد في المتوسط الحسابي عن الوسط الحسابي بـ : 11.06دج

أما الانحراف المتوسط بالنسبة للوسيط

$$E_{M_e} = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i |x_i - M_e|}{N} = \frac{1577,18}{144} = 10,95$$

و يمكن القول ان الأجور تبعد عن المتوسط عن الوسيط بـ :

10.95دج

5- التباين

يعرف التباين بالمتوسط الحسابي لمربعات الفروق بين قيم المتغير الاحصائي xi و المتوسط الحسابي أي:

$$V(X) = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i.(x_i - \bar{x})^2}{N} = \sum_{i=1}^{n} f_i.(x_i - \bar{x})^2$$ ، ومن خلال العلاقة نلاحظ أن:

$$V(X) = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i.(x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i.\left(x_i^2 - 2x_i.\bar{x} + \bar{x}^2\right)}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i.x_i^2}{N} - \bar{x}^2$$

و منه فالتباين

$$V(X) = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i.x_i^2}{N} - \bar{x}^2$$

إن التباين و هو أكثر مقاييس التشتت استعمالا .

خصائص

$$V(a) = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i.(a - \bar{a})^2}{N} = a\frac{\sum_{i=1}^{n} n_i}{N} - a = 0$$ ،

1–تباين نعدد ثابت معدوم :

و هذا بإعتبار أن متوسط عدد ثابت هو نفسه ذلك العدد.

$$V(a.x)=\frac{\sum_{i=1}^{n} n_i.\left(a.x_i-\overline{ax}\right)^2}{N}=a^2\frac{\sum_{i=1}^{n} n_i\left(x_i-\overline{x}\right)^2}{N}=a^2V(x)\ -2$$

مثال

x_i	مركز الفئة c_i	التكرار ni	f_i	$c_i x f_i$	xi–x	$Fi.(x_i-x)^2$
4–2	3	35	0.35	1.05	–2.3	1.85
6–4	5	30	0.30	1.5	–0.3	0.027
8–6	7	20	0.20	1.4	1.7	0.57
10–8	9	15	0.15	1.35	3.7	2.04
المجموع	–	100	1	5.3	–	4.51

إذن فالتباين :

V(x)=4.51

6- الانحراف المعيار

الانحراف المعيار هو جذر التباين $sd = \sqrt{v(x)}$ فهو يعبر عن البعد المتوسط لمشاهدات المتغير الاحصائي xi عن المتوسط الحسابي و في مثالنا نجد

$$sd = \sqrt{4.51} = 2.12$$

7- معامل التغير (الاختلاف)

هو معامل نسبي يستخدم سفي المقارنة بين تشتت بيانات ظاهرتين مختلفتين أو أكثر ، و يستعمل عندما تكون السلاسل الاحصائية غير متجانسة أي وحدات القياس مختلفة و يحسب معامل الاختلاف بالعلاقة التالية :

$$CV = \frac{SD}{\overline{X}}.100\%$$

مثال :

إذا كان متوسط الاجور في مؤسسة جزائرية e1هو x=2000da و انحراف معياري sd=150da و كان متوسط الأجور في مؤسسة مغربية e2 هو x=1600da و انحراف معياري sd=120da نلاحظ أن معامل الاختلاف عمال الشركة الجزائرية هو cv=150/2000.100%=7.5% و منه نقول أن درجة تشتت الأجور بالنسبة لمتوسط الأجر متساوي بالنسبة للشركتين و إذا كان هذا كمثال معامل الاختلاف بالنسبة للأجور عمال الشركة الجزئارية هو cv=0.41% فنقول أن الأجور في الشركة الجزائرية أكثر تجانسا مقارنة بالشركة المغربية .

8- العزوم

8-1- العزوم البسيطة

إذا كان لدينا مجموعة من المشاهدات : x1.x2.x3.....xn فيعرف العزم البسيط بالمتوسط الحسابي لقيم x_i أي يحسب بالعلاقة التالية :

8-1- العزوم المركزية :

إذا كان لدينا مجموعة من المشاهدات :

x1.x2.x3.....xn فيعرف العزم المركزي $\mu_k = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i.(x_i - \bar{x})^k}{N} = \sum_{i=1}^{n} f_i.(x_i - \bar{x})^k$ ، بالمتوسط الحسابي لقيم $(x_i - x)^k$ أي يحسب بالعلاقة التالية :

و نلاحظ أن التبيان هو عزممركزي من الدرجة 2، و نكتب u2=v(x)

ثانيا: مقاييس الشكل (الالتواء والتفلطح) les parametres de formne

إضافة إلى مقاييس الوضع (النزع المركزية) و مقاييس التشتت، هناك مقاييس أخرى تبين شكل التوزيع الإحصائي فمقاييس الالتواء تبين التواء الشكل هل هو ملتوي نحوي اليمين أو اليسار أو متناظر، ومقاييس التفلطح تبين شكل التوزيع التكراري مقارنة مع التوزيع الطبيعي فيكون مثله أو متطاول أو متفلطح.

1- مقاييس الالتواء:

1 - 1 - معامل بيرسن الأول:

يعرف مقياس بيرس الأول للإلتواء بالعلاقة التالية : $\rho_1 = \frac{3(\bar{x} - M_o)}{SD}$ ؛ فإذا كان

P1=0 : فالتوزيع متناظر

P1>0 : فالتوزيع ملتوي نحو اليمين .

P1<0 : التوزيع ملتوي نحوي اليسار.

1- 2- معامل بيرسن الثاني:

يعرف مقياس بيرس الثاني للإلتواء بالعلاقة التالية p2= $\frac{\mu_3^2}{\mu_2^3}$ فإذا كان

$U_3=0$: فالتوزيع متناظر

$U_3>0$: فالتوزيع ملتوي نحو اليمين .

$U_3<0$: التوزيع ملتوي نحوي اليسار.

يلاحظ أن قيمة معامل بيرس الثاني دائما قيمة موجبة لكن لمعرفة الالتواء نقارن فقط لقيمة العزم المركزي u_3 بالعدد 0 و يستعمل قيمة معامل بيرسن الثاني ككل مقارنته مع معامل آخر مرتبط بتوزيع آخر و الذي له معامل كبير نقول أنه أكثر إلتواء من الآخر .

1-3- معامل فيشر

يعرف مقياس فيشر للإلتواء بالعلاقة التالية : فإذا كان :
$$\beta = \frac{\mu_3}{SD^3}$$

$B=0$: فالتوزيع متناظر

$B>0$: فالتوزيع ملتوي نحو اليمين .

$B<0$: التوزيع ملتوي نحوي اليسار.

1-4- معامل يول

يعرف مقياس يول للإلتواء بالعلاقة التالية :
$$\gamma = \frac{(Q_3 - M_e) - (M_e - Q_1)}{(Q_3 - M_e) + (M_e - Q_1)}$$

$Y=0$: فالتوزيع متناظر

$Y>0$: فالتوزيع ملتوي نحو اليمين .

$Y<0$: التوزيع ملتوي نحوي اليسار.

مثال : بالرجوع للمثال السابق

$Fi.(x_i-x)^2$	xi−x	$c_i x f_i$	f_i	ni التكرار	مركز الفئة c_i	x_i
1.85	−2.3	1.05	0.35	35	3	4−2
0.027	−0.3	1.5	0.30	30	5	6−4
0.57	1.7	1.4	0.20	20	7	8−6
2.04	3.7	1.35	0.15	15	9	10−8
4.51	−	5.3	1	100	−	المجموع

$Fi.(x_i-x)^2$	xi−x	x_i
−4.25	−12.10	4−2
−0.008	−0.027	6−4
0.98	4.91	8−6
7.57	50.65	10−8
U_3= 4.31		المجموع

من خلال الجدول لدينا:

$X = 5.3$

$M_0 = 3.75$

Sd = 2.12

- معامل بيرسن الأول للإلتواء $\rho_1 = \frac{(\bar{x} - M_o)}{SD} = \frac{(5,3 - 3,75)}{2,12} = 0,73 \succ 0$ ،

فالتوزيع ملتوي نحوى اليمين .

- و معامل بيرسن الثاني للإلتواء u3=4.31>0

فالتوزيع ملتوي نحوى $\beta = \frac{\mu_3}{SD^3} = \frac{4,31}{9,52} = 0,54 \succ 0$ اليمين

- معامل فيشر : فالتوزيع ملتوي نحوى اليمين .

2- مقاييس التفلطح

2-1- معامل بيرسن للتفلطح

يعرف مقاييس بيرسن للتفلطح بالعلاقة التالية $\rho_3 = \frac{\mu_4}{\mu_2^2}$

$P_3=0$: فالتوزيع متناظر

$P_3>0$: فالتوزيع ملتوي نحو اليمين .

$P_3<0$: التوزيع ملتوي نحوي اليسار.

الفصل الرابع التوزيعات ذات المتغيرين

les distribution a deux caractères

- الجداول الثنائية (الجدول الإحصائي ذو بعدين).
- الانحدار الخطي البسيط والارتباط.

رأينا في الفصول السابقة المسائل المتعلقة بقياسات ومشاهدات مرتبطة بمتغير واحد، وفي هذا الفصل سنتطرق إلى دراسة بعض المسائل المرتبطة بمتغيرين إثنين x و لا، فإذا كان كل قيمة من قيم المتغير الإحصائي x توجد قيمة مقابلة للمتغير الآخر لا فإن الأزواج المرتبة من هذه القيم تسمى مجتمعا ذا بعدين والزوج المرتب (x) يسمى متغيرا إحصائيا ذو بعدين، والأمثلة على المجتمعات ذات البعدين كثيرة وهي ذات أهمية كبيرة في مجالات التربية وعلم النفس وعلم الاجتماع والإدارة والاقتصاد، مثلا دراسة مجتمع من عمال من حيث x السن و الأجر ، والهدف من هذه دراسة هذه البيانات هو الإجابة عن السؤالين الرئيسيين:

- هل هناك علاقة بين المتغيرين السن والأجر (ارتباط أو استقلالية)؟.
- إذا كانت هناك علاقة بين المتغيرين فكيف نعبر عنها بمعادلة؟.

أولا: الجداول الثنائية (الجدول الإحصائي ذو بعدين) les tableaux de contingence

عندما ندرس مجتمع إحصائي ما من خلال متغيرين اثنين (x) يأخذ الجدول الإحصائي الثنائي الشكل التالي:

عندما ندرس مجتمع إحصائي ما من خلال متغيرين اثنين (x.y) يأخذ الجدول الاحصائي الثنائي الشكل التالي :

y	Y1	Y2	Y3			yi			yn	المجموع
X1	N11	N12	N13	.	.	n_{li}	.	.	n_{im}	N_{1+}
X2	N21	N22	N23	.	.	N2i	.	.	N_{3m}	N_{3+}
X3	N31	N32	N33	.	.	N3i	.	.	N_{3m}	N_{3+}
..	.	.	.	..	.	.	.	.	.	.
..	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

Xi	Ni1	Ni2	Ni3	.	.	N_{ij}	.	.	N_{im}	N_j
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
xn	Nk1	Nk2	Nk3	.	.	Nkj	.	.	Nkm	Nk
المجموع	N_{+1}	N_{+2}	N_{+3}	.	.	N_{+j}	.	.	N_{+m}	N..

حيث xi هي الخاصية رقم i من متغير الاحصائي x

Yi هي الخاصية رقم j من خصائص المتغير الاحصائي y

Nij هي عدد الودات الاحصائية التي لها الخاصية xi و الخاصية yi

Ni. هي عدد الوحدات الاحصائية التاي لها الخاصية xi و نكتب

$$n_{i.} = \sum_{j=1}^{m} n_{ij}$$

$$\sum$$

n.j هي عدد الوحدات الاحصائية التي لها الخاصية yi و نكتب

$$n_{.j} = \sum_{i=1}^{k} n_{ij}$$

n.. هي حجم المجتمع المدروس و نكتب

$$n_{..} = \sum_{i=1}^{k} n_{i.} = \sum_{j=1}^{m} n_{.j} = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{m} n_{ij}$$

ملاحظة

تسمى التكرارات .nj بالتكرارات الحدية للمتغير الاحصائي x

جدول التكرارات الحدية للمتغير الاحصائي x

x	التكرار الحدية
X1	N1+
X2	N2+
X3	N3+
.	.
.	.
Xi	Ni+
.	.
.	.
xk	Nk+
المجموع	n..

تسمى التكرارات n.j بالتكرارات الحدية المتغيرة الاحصائي y

جدول التكرار الحدية المتغير الاحصائي y.

y	Y1	Y2	Y3	.	.	yj	.	.	ym	المجموع
التكرارات الحدية	n.1	n.2	n.3	.	.	n.j	.	.	n.m	n..

ملاحظة

بإمكان أن تكون تكرارت الجدول الثنائي تكرارات نسبية

y	Y1	Y2	Y3	.	.	yj	.	.	ym	المجموع
X1	F11	F12	F13	.	.	F1i	.	.	F1m	F1+
X2	F21	F21	F23	.	.	F2i	.	.	F2m	F2+
X3	F31	F31	F33	.	.	F3i	.	.	F3m	F3+
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	..	.	.	.	.	.	.

أ- جداول التكرارات النسبية الشرطية للمتغير الإحصائي x (مثلا نختار العمود).

x	التكرار الحدي بشرط j	التكرار النسبي بشرط j
X1	N1j	f_1^j
X2	N2j	f_2^j
X3	N3j	f_3^j
.	.	.
.	.	.
Xi	nij	f_i^j
.	.	.
.	.	.
xk	nkg	f_k^j
المجموع	n.j	1

حيث : $f_i^j = \frac{n_{ij}}{n_{i.}}$

و تقرأ التكرار f_i^j النسبي للوحدة الاحصائية xi إذا كان j أو بشرط j

ب- جداول التكرارات النسبية الشرطية للمتغير الاحصائي y مثلا نختار السطر j

التكرار النسبي بشرط j	التكرار الحدي بشرط j	y
f_1^j	N1j	X1
f_2^j	N2j	X2
f_3^j	N3j	X3
.	.	..
.	.	..
f_i^j	nij	Xi
.	.	.
.	.	.
f_k^j	nkg	xn
1	n.j	المجموع

حيث $f_i^j = \frac{n_{ij}}{n_{i.}}$

و تقرأ التكرار f_i^j النسبي للوحدة الاحصائية y إذا كان i أو بشرط .I

مثال ليكن لدينا مجتمع مكون من 50 عاملا يدرس من حيث المتغيرين الأجر x و عدد الأفراد في الأسرة y.

x \ Y	1	2	3	4	المجموع
900-800	3	4	2	8	17
1000-900	6	5	3	5	19
1200-1000	8	1	2	3	14
المجموع	17	10	7	16	50

من خلال الجدول :

عدد العمال الذين لديهم ولدان و أجرهم من 900 إلى 1000 هو 5 و نسبتهم هي 5/50 =0.1 أي 10%

عدد العمال الذين لديهم ولدان هو 10 و عدد العمال الذين أجرهم من 900 الى 1000 هو 19.

1-المتوسط الحسابي x و y

1-1-المتوسط الحسابي لـx : $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i . x_i}{n..}$

1-2-المتويط الحسابي لـ y $\bar{y} = \frac{\sum_{j=1}^{m} n_{.j} . y_j}{n..}$

2- التغاير (التباين المشترك) :

التغاير هو عبارة عن الوسط الحسابي لحاصل الجداءات بين (xi–x) و (yi–y) و نكتب :

$$\operatorname{cov}(x,y)=\frac{\sum_{i^\wedge=1}^{k}\sum_{j=1}^{m} n_{ij}.(x_i-\bar{x})(y_j-\bar{y})}{n_{..}}$$

و من خلال هذه العلاقة يمكن أن نحسب التغاير أ]ضا بالعلاقة التالية :

$$\operatorname{cov}(x,y)=\frac{\sum_{i^\wedge=1}^{k}\sum_{j=1}^{m} n_{ij}.x_i.y_j}{n_{..}}-\bar{x}.\bar{y}$$

إذا كان cov(x,y) = 0 فإنه يمكن القول أن المتغيرين x وy متغيرين مستقلين .

مثال

و انطلاقا من معطيات الجدول السابق نحسب التغاير :

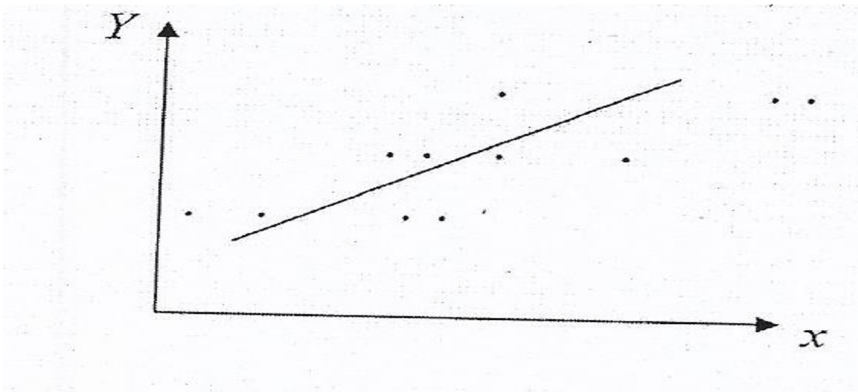
$$\operatorname{cov}(x,y)=\frac{\begin{array}{c}850.1.3+850.2.4+850.3.2+850.4.8+\\950.1.6+950.2.5+950.3.3+950.4.5+\\1100.1.8+1100.2.1+1100.3.2+1100.4.3\end{array}}{50}=$$

ثانيا: الانحدار الخطي البسيط والارتباط la regression simple et la correlation

إن من أهم أهداف طرق الإحصاء هو معرفة مدى العلاقة بين الظواهر المختلفة سواء كانت هذه الظواهر اقتصادية أو اجتماعية أو غيرها، حيث كما رأينا في هذا الفصل يتم أحيانا دراسة مجتمع إحصائي من خلال خاصيتين أو متغيرين والهدف الإجابة على السؤالين المذكورين سابقا هل هناك علاقة بين المتغيرين ؟ وإذا كانت هناك علاقة بين المتغيرين فكيف نعبر عنها بمعادلة؟.

1- سحابة النقاط (nuage de points):

بعد عملية جمع البيانات حول المتغيرات المعنية نقوم برسم المنحني البياني الذي يبين انتشار قيم المتغيرين x , y أو ما يسمى بسحابة النقاط (ntage de points)، وهو تمثيل بياني للأزواج المرتبة (Y،X).



2- تقدير المعادلة y=a+bx

نقوم تقدير المعادلة y=a+bx حيثa و b تسمى بالمقدرات أو الوسائط أو المعلمات و تسمى المعادلة 1 بالنموذج الاحصائي

إن من بين الطرق الاحصائية المعروفة بتقدير النماذج الاحصائية طريقة المربعات الصغرى ، و تتلخص هذه الطريقة بإيجاد قيم a و b التي تجعل مجموع مربعات الانحرافات أصغر ما يمكن و يصبح النموذج المقدر $y_i=a+bx_i$ و نكتب :

ثم نشتق $MIN\sum_{i=1}^{n}\ell_i^2 = MIN\sum_{i=1}^{n}\left(Y_i-\hat{Y}_i\right)^2 = MIN\sum_{i=1}^{n}\left(Y_i-\hat{a}-\hat{b}X_i\right)^2$ بالنسبة لـ a و b

$$\frac{\partial MIN\sum_{i=1}^{n}\ell_i^2}{\partial b}=0 \qquad \frac{\partial MIN\sum_{i=1}^{n}\ell_i^2}{\partial \hat{b}}=0$$

فنحصل على قيم a و b المقدرة و نكتب :

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i Y_i - n\overline{XY}}{\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - n\overline{X}^2}$$

و عند قسمة البسط و المقام على العدد n نحصل على :

$$\hat{b} = \frac{COV(X,Y)}{\sigma_X}$$

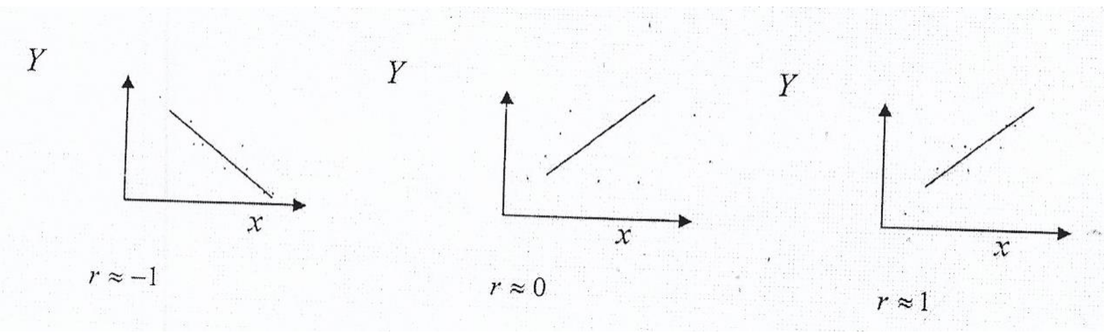
a= y−bx

حيث في النموذج المقدر $€_i$ هو الخطأ أو الإنحراف و هو الفرق بين قيم الظاهرة y الملاحظة و قيم y المقدرة في النموذج $€_{i}$=yi−y'i

3− معامل الارتباط r

4− يقيس معامل الارتباط مدى العلاقة (قوة الارتباط) بين المتغيرين الاحصائيين x.y و هو محصور بين 1 و 1 فإذا كان R=−0.55 فالعلاقة بين المتغيرين أو قوة الارتباط بينهما 75% و هي علاقة خطية موجبة أما إذا كان r=−0.55 فالعلاقة بين المتغيرين أو قوة الارتباط بينهما 55% و هي علاقة سالبة و إذا كان r=0 فال توجد علاقة بين المتغيرين أو نقول إن المتغيرين y.x مستقلين.

$$r = \frac{COV(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y} \quad : \text{أو} \quad r = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i Y_i - n\overline{XY}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - n\overline{X}^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{n} Y_i^2 - n\overline{Y}^2}}$$



الفصل الخامس

الأرقام القياسية

les indices

- مفهوم الرقم القياسي.
- خصائص الأرقام القياسية.
- الرقم القياسي التجميعي.
- الأرقام التجميعية المرجحة المستعملة.

-أولا: مفهوم الرقم القياسي

هناك الكثير من الظواهر المتغيرة التي تحدث في أزمنة مختلفة أو أماكن مختلفة مثل أسعار سلعة معينة أو أسعار خدمات أو عدد العمال، وقد نحتاج إلى مقارنة ظاهرة أو أكثر في زمان أو مكان معينين بمثلهما في زمان أو مكان آخر وذلك لإظهار التغيرات التي تحدث أو تطرأ على الظواهر نتيجة اختلاف الزمان أو المكان، فتجري هذه المقارنة لإيجاد نسبة نسميها الرقم القياسي ' indice فإذا نسبنا قيمة ظاهرة ما في زمان معين إلى قيمتها في زمان آخر نتخذه أساسا فيسمى هذا الزمان فترة الأساس ونسمي الزمن الأول فترة المقارنة، وإذا نسبنا قيمة ظاهرة ما في مكان معين إلى قيمتها في مكان آخر نتخذه أساسا أو نعتبره مكان الأساس ونسمي المكان الأول بمكان المقارنة، ويطبق على الأرقام في كل من الحالتين باسم الأرقام القياسية فالرقم القياسي هو عدد يقارن به التغير النسبي الذي يطرأ على أي قيمة ظاهرة نظرا لاختلاف الزمان والمكان، وتستعمل الأرقام القياسية مثلا في مجال أسعار السلع أو في الكمية المطلوبة، المنتوج السنوي، صادرات البترول، الاستهلاك السنوي لسلعة معينة،..... إلخ، ويعرف الرقم القياسي بالعلاقة التالية:

$$I_{t/b} = \frac{G_t}{G_b}.100\%$$

حيث: G هي القيمة في الزمن t (فترة الدراسة أو المقارنة)، و G6 هي القيمة في الزمن b (فترة الأساس).

ملاحظة:

تكون قيمة الرقم القياسي دائما في سنة الأساس أو في مكان الأساس 100.

مثال:

سعر 1 كلغ من السكر في الجزائر العاصمة هو 50 دج في سنة 2005، و70 دج في سنة 2008 ، وإذا حسبنا نسبة التغير في سعر 1 كلغ من السكر في سنة2008 مقارنة بسنة 2005 نجد:

$$I_{2008/2005} = \frac{70}{50}.100\% = 140\%$$

ومن خلال هذه النتيجة نعتبر أن سعر 1 كلغ من مادة السكر ارتفع بنسبة 40% في سنة 2008 مقارنة بسنة 2005.

ثانيا : خصائص الأرقام القياسية

1-خاصية المطابقة

$$I_{t/t} = \frac{G_t}{G_t}.100\% = 100\%$$

2-خاصية الانعكاس

$$I_{t/b} = \frac{G_t}{G_b}.100\% = \frac{1}{\frac{G_t}{G_b}.100\%} = \frac{1}{I_{b/t}}$$

و منه

$$I_{t/b} * I_{b/t} = \frac{G_t}{G_b}.\frac{G_b}{G_t}100\% = 1$$

3-خاصية قابلية التحول

4-إذا كانت لدينا القيم التالية G1.G2.G3 أي قيم G في الأزمنة 1.2.3 يلاحظ أن :

$$I_{3/1} = \frac{G_3}{G_1}.100\% = \frac{G_3}{G_2}.\frac{G_2}{G_1}100\% = I_{3/2}.I_{2/1}$$

ثالثا: الرقم القياسي التجميعي

1- الرقم القياسي التجميعي البسيط:

يستعمل الرقم القياسي التجميعي البسيط مثلا في قياس التغير العام لأسعار وهذا بتجميع الأسعار الفعلية في السنة المدروسة (فترة المقارنة) ونسبتها إلى مجموع أسعار المواد نفسها في سنة الأساس، ويعرف بالغاقة التالية:

$I_{t/b} = \frac{\sum_{i=1}^{k} p_{it}}{\sum_{i=1}^{k} p_{ib}}.100\%$، حيث: i هو رقم السلعة، و p_t هو سعر السلعة في سنة الدراسة، و p_b هو سعر السلعة في سنة الأساس.

مثال:

يبين الجدول التالي أسعار بعض المواد الأساسية في الجزائر وهذا في السنتين 2005 و 2016.

المادة	الوحدة	سعر سنة 2005	سعر سنة 2016
السكر	1 كلغ	60دج	80دج
الحليب	1كلغ	30دج	40دج
اللحم	1 كلغ	500دج	700دج
المجموع		590دج	820دج

وبحساب الرقم القياسي التجميعي البسيط الأسعار هذه السلع (مقارنة المستوى العام للاسعار للمواد الأساسية لسنة 2016 بالمستوى العام لأسعار هذه المواد لسنة 2005):

$$I_{2016/2005} = \frac{\sum_{i=1}^{3} p_{i2016}}{\sum_{i=1}^{3} p_{i2005}}.100\% = \frac{820}{590}.100\% = 138$$

بإعتبار أن المستوى العام للأسعار في سنة الاساس 2005 هو 100، يمكن القول أن المستوى العام للأسعار في

$$I_{t/b}=\frac{\sum_{i=1}^{k}P_{it}.G_{it}}{\sum_{i=1}^{k}P_{ib}.G_{ib}}.100\%$$

حيث G.P هو حاصل جداء سعر السلعة I في الكمية المطلوبة منها في الفترة T . و G.P هو حاصل جداء سعر السلعة I في الكمية المطلوبة B .

3- الأرقام التجمعية المرجحة المستعملة

3-1- الرقم القياسي للأسبير

3-1-1- الرقم القياسي لأسبير الأسعار

يعرف الرقم القياسي بالنسبة للأسبير بالعلاقة التالية :

$$L_{t/b}(P)=\frac{\sum_{i=1}^{k}P_{it}.Q_{ib}}{\sum_{i=1}^{k}P_{ib}.Q_{ib}}.100\%$$

3-1-2- الرقم القياسي للأسبير للكميات

يعرف الرقم القياسي للكميات بالنسبة للأسبير بالعلاقة التالية :

$$L_{t/b}(Q)=\frac{\sum_{i=1}^{k}P_{ib}.Q_{it}}{\sum_{i=1}^{k}P_{ib}.Q_{ib}}.100\%$$

3-2- الرقم القياسي لباش

3-2-1- الرقم القياسي لباش للأسعار

يعرف الرقم القياسي للأسعار بالنسبة لباش بالعلاقة التالية:

$$P_{t/b}(P)=\frac{\sum_{i=1}^{k} P_{it}.Q_{it}}{\sum_{i=1}^{k} P_{ib}.Q_{it}}.100\%$$

3-2-2- الرقم القياسي لباش للكميات

يعرف الرقم القياسي بالنسبة لباش للكميات بالعلاقة التالية :

$$P_{t/b}(Q)=\frac{\sum_{i=1}^{k} P_{it}.Q_{it}}{\sum_{i=1}^{k} P_{it}.Q_{ib}}.100\%$$

3-2- الرقم القياسي لفيشر

إن الرقم القياسي لفيشر هو الوسط الهندسي للرقمين القياسيين لاسبيير و باش

3-2-1- الرقم القياسي لفيشر للأسعار

يعرف الرقم القياسي للأسعار بالنسبة لفيشر بالعلاقة التالية :

$$F_{t/b}(P)=\sqrt{L_{t/b}(P).P_{t/b}(P)}$$

3-2-2 الرقم القياسي لفيشر للكميات

يعرف الرقم القياسي للكميات لفيشر بالعلاقة التالية :

$$F_{t/b}(Q)=\sqrt{L_{t/b}(Q).P_{t/b}(Q)}$$

مثال:

ليكن لدينا الجدول التالي والذي يمثل المعطيات الخاصة بأسعار وكميات المواد الغذائية (الحليب، السكر، اللحم) وفي السنوات 2000، 2005، 2015 والمتعلقة بمنطقة الجزائر العاصمة:

الفترات	المواد	السعر (دج)	الكميات
2000	الحليب (اللتر) السكر (الكيلو غرام) اللحم(الكيلو غرام)	20 25 200	05 02 1.5
2005	الحليب (اللتر) السكر (الكيلو غرام) اللحم(الكيلو غرام)	24 35 280	5 2.5 2
2015	الحليب (اللتر) السكر (الكيلو غرام) اللحم(الكيلو غرام)	30 50 450	10 3 3

المطلوب: حساب الأرقام القياسية للسعر والكميات مع التحليل وذلك باستعمال الرقم القياسي ل: Laspeyres.Fischer Paasche،

المطلوب: حساب الأرقام القياسية التالية: $L_{2005-2000}P$ ، $F_{2015-2005}Q$

أولا الرقم القياسي لأسبيير للأسعار

$$L_{2005/2000}(P)=\frac{\sum_{i=1}^{k} P_{2005}.Q_{2000}}{\sum_{i=1}^{k} P_{2000}.Q_{2000}}.100\%=\frac{(24*5)+(35*2)+(280*1,5)}{(20*5)+(25*2)+(200*1,5)}=\frac{610}{450}.100\%=135$$

لقد عرف مستوى الأسعار للسلع لسنة 2005 إرتفاعا يقدر بـ 35 بالمائة بنسبة 2000.

ثانيا الرقم القياسي لباش للكميات

$$L_{2015/2005}(P)=\frac{\sum_{i=1}^{k} P_{2015}.Q_{2015}}{\sum_{i=1}^{k} P_{2015}.Q_{2005}}.100\%=\frac{(30*10)+(50*3)+(450*3)}{(30*5)+(50*2,5)+(450*2)}=\frac{1800}{1175}.100\%=153,2$$

لقد عرف مستوى الكميات المطلوبة للسلع لسنة 2015 ارتفاعا يقدر ب53.2 بالمائة مقارنة سنة 2005.

تمارينات ومسائل مقترحة

(الجداول الإحصائية، التمثيل البياني)

(Tableaux Statistique, Représentation Graphique)

التمرين رقم 01:

1- ماهي القواعد الواجب إتباعها الأساسية عند إنشاء الجدول الإحصائي؟

2- لتكن لدينا المتغيرات الإحصائية التالية:

X	1	2	3	4	5	6	7
Y	3	4	4	5	5	7	8
Z	10	11	12	13	13	14	14

أحسب مايلي: $\sum_{i=1}^{n} X_i$ $\sum_{i=1}^{n} Y_i$ $\sum_{i=1}^{n} Z_i$ $\sum_{i=1}^{n} X^2{}_i$ $\sum_{i=1}^{n} Y_i^2$ $\sum_{i=1} X_i Y_i$ $\sum_{i=1}^{n} X_i Y_i Z_i$ $\sum_{i=1}^{n} X^2{}_i Y_i^2$

$$h = \left(\sum_{i=1}^{n}(X_i + Y_i)^2\right) \quad \ln\left(\prod_{i=1}^{n} X_I\right)$$

لاحظ: $\ln\left(\prod_{i=1}^{n} X_I\right) = \sum_{i=1}^{n} \ln X_i$ وكذلك : $\sum_{i=1}^{n} X^2{}_i \neq \left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)^2$ ، $\sum_{i=1}^{n} X_i Y_i \neq \sum_{i=1}^{n} X_i \cdot \sum_{i=1}^{n} Y_i$

التمرين رقم 02 :

1-رتب قيم المتغير Xl الذي يمثل عدد الأولاد في الأسرة و الذي قيمه بعد اختيار 26 أسرة في جدول إحصائي :

4 2 6 5 4 3 0 1 6 8 7 6 3 2 1 0 4 3 3 2 1 0 4 4

ليكن لدينا توزيع لأجر الساعي الوحدة 10 دج لعمال الشركة Bكالتالي :

16 20 12 17 20 18 15 12 22 25 19 13 15 18 16 15 14 13 12 11 10 11

20 23 12 18 18 14 15 12 15 14 11 15 14 17 13 21 20 18 27 18 10 23

28 13 16 17 20 15 .المطلوب : ترتيب هذه المعطيات في جدول إحصائي و ذلك باستعمال طريقة STURGE في تحديد أطوال الفئات .

التمرين رقم 04:

المعطيات التالية تمثل أطوال حياة خمسين بطارية سيارة (الوحدة شهر) : 25 27 26 26 25
28 29 31 32 34 33 30 31 31 34 30 33 31 32 30 32 31 33 34 35 39 38
36 39 35 37 36 35 40 36 44 37 42 38 43 39 41 45 40 49 44 48 34 30
37

المطلوب: 1- حدد المجتمع الإحصائي، الوحدة الإحصائية المتغير الإحصائي وطبيعته؟.

2- رتب المعطيات السابقة في جدول إحصائي (عدد الفئات يساوي 5).

3- أحسب التكرار النسبي و التكرار التجميعي الصاعد والنازل (مع العرض البياني لهما).

4- مثل بيانيا معطيات الجدول الإحصائي.

التمرين رقم05:

يبين الجدول التالي أعداد الطلبة من مختلف الاختصاصات الذين تقدموا لامتحان الشهادة الثانوية خلال السنوات

: 2000-2001-2002

	عدد الطلبة خلال السنوات			
الفرع	**2000**	**2001**	**2002**	**المجموع**
العلمي	12000	15000	20000	47000
الادبي	15000	18000	22000	55000
تسيير واقتصاد	6000	9000	1000	25000
لغات اجنبية	2000	3000	4200	9200
هندسة ميكانيكية	4000	6000	7000	17000
هندسة كهربائية	1500	1800	2300	5600
المجموع	40500	52800	65500	158800

المطلوب : تمثيل معطيات الجدول بيانيا ؟.

التمرين رقم 06:

يظهر الجدول التالي عدد الطلبة المتقدمين لامتحان شهادة البكالوريا في خمس ولايات جزائرية:

الولايات	عدد الطلبة
الجزائر	12000
عنابة	10000
وهران	8000
قسنطينة	6000
البليدة	4000
المجموع	40000

المطلوب: التمثيل البياني لمعطيات الجدول.

التمرين رقم 07:

يمثل الجدول التالي توزيع 100 طالب حسب معاملات الذكاء :

(التكرار)	الفئات
04	60-50
07	70-60
10	80-70
14	90-80
17	100-90
21	110-100
23	120-110
04	130-120
100	المجموع

المطلوب:

1- أحسب التكرار النسبي و التكرار التجميعي الصاعد والنازل (المطلق والنسبي (مع العرض البياني لهما).

2- ماهي نسبة الطلبة الذين لا يقل معامل الذكاء لديهم عن 90؟.

3- مثل معطيات الجدول بيانيا.

التمرين رقم08:

ليكن لدينا معطيات المتغير X (كما هو موضح في الجدول). المطلوب: التمثيل البياني لقيم المتغيرX

الفئات	4-2	8-4	10-8	-10 12	-12 18	-20 18	-20 22	المجموع
التكرار	03	10	07	10	21	06	02	59

(مقاييس النزعة المركزية)

Nes paramètres de la tendance centrale)

التمرين رقم 01:

ليكن لدينا الجدول الإحصائي التالي و الذي يمثل توزيع عمال الشركة ب حسب الأجور:

الاجر	عدد العمال
60-55	07
55-60	10
65-70	16
70-75	7
المجموع	40

المطلوب: 1- حدد المجتمع الإحصائي، الوحدة الإحصائية، المتغير الإحصائي وطبيعته؟.

2- ماهو متوسط الأجور في هذه المؤسسة؟..

3- ماهو الأمر الذي يتقاضونه أكثر من 50 بالمائة من العمال وحدده بيانيا؟.

4- ماهو الأجر السائد في هذه المؤسسة (حدده بيانيا)؟.

5- مثل معطرات الجدول في شكل بياني مناسب.

التمرين رقم 02:

ليكن لدينا معطيات المتغير X (كما هو موضح في الجدول) المطلوب : حساب الوسيط الربيع الأول والثالث، المنوال ، العشير الأول والمئيني 55.

المجموع	90-80	80-50	50-30	30-20	10-10	الفئات
120	17	33	47	13	10	التكرار

التمرين رقم 03:

لتكن السلسلة الاحصائية التالية والتي تمثل معدلات النمو الاقتصادي لبلد ما خلال الفترة 1987-2008-

1,3 1,1 22 23 22 2,3 1,1 2 3 3,1 3 2,2 2,1 1,1 1,1 1,2 1,3 1,3 1,3

1,5 1,3 2,3

المطلوب : ما هو متوسط معدلات النمو الاقتصادي خلال هاته الفترة ؟.

التمرين رقم 04:

إذا علمت أن سرعة سيارة متجهة من المدينة أ إلى المدينة ب 56كلم/سا وسرعتها من المدينة ب إلى المدينة ج

التمرين رقم 06:

ليكن لدينا أسعار مادة مختارة من السوق في الفترة 2000-2002 حيث سعرها في في سنة 2000 هو 45دج وسعرها في سنة 2001

60 دج ، و أخيرا80 دج في سنة 2002 وفي كل سنة كانت الميزانية المخصصة الشراء هذه المادة 500دج المطلوب :

" ماهو متوسط سعر هذه المادة خلال الفترة 2000-2002 ؟.

التمرين رقم 07:

ليكن المتغير X يمثل أجور عمال الشركة X يمثل التكرار المتجمع الصاعد في الجدول التالي:

الوحدة :1000دج

الأجر x_i	عدد العمال n_i	$F(x_i)$
5-7	6	0.04
7-11	-	0.14
11-13	-	0.44
13-15	-	0.96
15-19	-	1
المجموع	-	

المطلوب : - أكمل معطيات هذا الجدول ثم أحسب أوسيط والمنوال

- هل هذا التوزيغ متناظر ؟

التمرين رقم 08 :

يمثل الجدول التالي أجور عمال الشركة (ب)

الأجر xi	عدد العمال ni	التكرار النسبي	F(xi)	F(xi) الصاعد
80-90	–	–	0.2	200
90-110	–	–	0.45	–
110-120	–	–	–	–
120-130	–	–	–	–
130-150	–	0.1	–	–
150-160	50	–	–	–
المجموع	–	–	–	–

المطلوب : – أكمل معطيات هذا الجدول إذا علمت أن 50 بالمائة من التمال يتقاضون أكثر من1312.5دج؟.

– ماهو الأجر السائد في هذه المؤسسة؟.

التمرين رقم 09:

تشير معطيات الجدول التالي إلى أرقام أعمال (الوحدة مليون دج) لشركات متوسطة و صغيرة في منطقة صناعية ما :

رقم الأعمال xi	عدد العمال ni	التكرار المصحح	F(xi)	F(xi) الصاعد
20-10	-	-	-	12
30-20	-	-	0.23	-
50-30	-	15	-	-
90-50	-	-	-	-
100-90	-	-	-	-
110-100	-	-	-	-
المجموع	100	-	-	-

المطلوب : أكمل معطيات هذا الجدول إذا علمت أن رقم الأعمال السائد 34000000دج؟

- ماهو متوسط رقم الأعمال في هاته المنطقة ؟

- هل هذا التوزيع متناظر؟.

(مقاييس: التشتت، الشكل (التتواء) و التفرطح)

(Paramètres de dispersion ,de forme et de l'aplatissement)

التمرين رقم 01:

ليكن لدينا المتغير الإحصائي X برهن أن :

$V(a)=0$ حيث a ثابت .2 $V(ax)=a^2\ v(x)$ .3 $V(a+x) = v(x)$

التمرين رقم 02:

يعبر المتغير X عن نقاط طلبة الفوج رقم 01 علوم اقتصادية

المجموع	14	12	11	10	9	8	7	النقاط
59	05	10	15	25	20	15	10	التكرار

المطلوب : أحسب الانحراف المطلق المتوسط (L ' écart absolu moyen) ، التباين (La variance) والانحراف المعياري (L' écart type).

التمرين رقم 03:

تشير معطيات الجدول التالي إلى عدد حوادث المرور خلال 100 يوم في منطقة معينة :

7	6	5	4	3	2	1	0	عدد الحوادث
1	1	3	9	19	27	27	13	عدد الايام

أحسب: – المقاييس الثلاثة (النزعة المركزية) : المنوال، الوسيط، المتوسط الحسابي.

– الإنحراف المعياري و معامل التغير.

التمرين رقم 04:

قارن بين السلسلتين الإحصائيتين (نتائج إمتحان مقياس الاقتصاد الجزئي) وذلك بحساب : المنوال، الوسيط، المتوسط الحسابي، الانحراف المعياري ومعامل التغير : القسمA : 13 14 11 16 16 16 87 14 13 11 10 109 12 11 158 16 11 6 7 5 4 3 10 15 9 4 11 10 10 9 14 15 10 8 5 6 14

القسم B: 12

11 8 9 10 14 13 12 11 8 12 11 128 13 15 17 16 10 3

4 14 12 15 18 11 17 15 10 14 12 16 15 867 15 11 10 9

ماذا تلاحظ ؟

التمرين رقم 05:

لتكن السلسلتان التاليتان a و B : 18 8 9 9 8 8 3 9 : B ، 5 18 10 15 3 7 6 A : 12

المطلوب: 1. حدد الوسيط و المنوال للسلسلتين. 2. بل يمكن استعمال المدى العام المقارنة بين السلسلتين ؟. 3. ماهو مقياس التشتت المناسب في المقارنة بين السلسلتين ؟.

التمرين رقم 06:

يبين التوزيع التكراري التالي توزيع المداخيل النسبية لمجتمع ما :

الفئات	xi<10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	xi>10
%	17.2	11.7	12.1	14.8	15.9	11.9	5	4	3.7	3.6

المطلوب :

1 . هل يمكن تحددي الانحراف المعياري لهذا التوزيع و لماذا ؟

2. ما هو مقياس التشتت المناسب ؟ أحسبه ؟ ..

3. أدرس شكل هذا التوزيع بإستمرار مقياس فيشر

التمرين رقم 07:

ليكن لدينا توزيع 100 طرد حسب الوزن في الجدول التالي:

الوزن (كلغ)	10-12	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24	24-26
عدد الطرود	4	8	9	13	15	16	21	14

المطلوب: أحسب معامل فيشر Fisher، بيرسن Pearson، يول Yul ماذا نقول عن هذا التوزيع؟

التمرين رقم08:

تشير المعطيات التالية إلى الأجر الشهري لعمال شركة خاصة في **منطقة صناعية ما.**

الوحدة : 100 دج

الفئات	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100	100-110	110-120
التكرار	8	10	16	14	10	5	2

المطلوب :

أحسب معامل فيشر Fisher، بيرسن الأول reason ، بيرسن الثاني Pearson يول Yul ماذا نقول عن شكل هذا التوزيع ؟

التمرين رقم 09:

أدرس شكل التوزيع للمتغير الإحصائيxi والمعرفة قيمة في الجدول التالي:

x	0	1	2	3
f	0.216	0.432	0.288	0.0064

التمرين رقم 10:

ليكن لدينا توزيع الأجر اليومي ل: 100 عامل في شركة المشروبات DRINK والموضح في الجدول التالي :

الوحدة : 10 دج

الاجر	25–20	30–25	35–30	40–35	45–40	50–45	55–50	60–55
عدد العمال	3	6	8	12	16	21	18	16

المطلوب 1. مثل معطيات الجدول التالي في الشكل البياني المناسب ؟ 2. أحسب الوسيط، المنوال و الوسط الحسابي ؟. ماذا تستنتج من خلال هذه المقاييس عن شكل هذا التوزيع وتأكد من ذلك باستنسال مقاييس الشكل (الالتواء) ؟. 3. أحسب معامل بيرسن الثاني Pearson . ما ذا تستنتج؟.

الانحدار الخطي البسيط والارتباط

(la régression linéaire simple et la corrélation)

التمرين رقم 01:

يبين الجدول التالي قيم الاستهلاك والدخل الحقيقيين للعائلات الجزائرية خلال الفترة 1980–1995:

الوحدة: 10 دج

السنوات	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986
الاستهلاك	5.5	6.0	6.5	6.0	7.50	7.5	7.5
الدخل	6	7	7.5	8.0	8	8.5	8.5

1987	1988	1990	1991	1992	1993	1994	1995
6.5	9.5	10.5	10.5	11	11.5	11.00	11.5
8.0	10.5	11.5	12.0	13.5	13.5	14	12.2

المطلوب: 1– أرسم الشكل الذي يبين انتشار قيم المتغيرين. ؟ 2– أوجد معادلة الانحدار الاستهلاك ولا الدخل حيث $C = a + by$.هو الاستهلاك وادخل

3– أحسب معامل الارتباط بين قيم المتغيرين الاستهلاك وادخل. 4– إذا علمت أن قيمة الدخل في سنة1996 هو 14فما قيمة الاستهلاك في نفس السنة؟.

التمرين رقم02:

تشير قيم الجدول التالي إلى علامات 12 طالبا في الاختبار الاول والاختبارالثاني :

الاختبار الاول	18	14	10	15	7	12	13	8	9	17	15	12
الاختبار الثاني	20	11	14	16	10	14	17	11	12	20	18	12

1 – أرسم الشكل الذي يبين انتشار قيم المتغيريين.2– اوجد معادلة الانحدار Y=a+bx ؟

3–طالب في الامتحان الأول 16 ماهي العلامة التقديرية التي يحصل عليها في الامتان الثاني؟.

<u>التمرين رقم 03:</u>

إذا كانت لدينا قيم المتغير الإحصائي T و الذي يمثل معدلات الفائدة المتعلقة بالإدخار للصندوق الوطني للتوفير والاحتياط للفترة 1986 –1997.

حيث :

السنوات	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997
معدل الفائدة	5	5.5	5.5	6	6	6.5	4	6	6.5	6	7	7

المطلوب:

1– إيجاد قيمة المعدل التقديرية في سنة 1998 بدلالة الزمن (السنوات). 2– ماهي الملاحظة لو كانت قيم المتغير المستقل هي:

12 . 11 . 10 . 9 . 8 . 7 . 6 . 5 . 4 . 3 . 2 . 1؟.

الأرقام القياسية (les indices)

التمرين رقم 01:

تشير معطيات الجدول التالي إلى قيم الاستهلاك الكهرباء الوعدة كيلو واط ساعي من ريفية من مناسق الوطن

السنوات	1986	1199	2199
كيلو واد ساعي	1500	1800	2000

المطلوب : حساب الأرقام القياسية التالية : $L_{91/90}$ $L_{92/91}$ $L_{92/90}$ ثم نلاحظ حول خصائص حساب الأرقام القياسية ؟

التمرين رقم 02:

ليكن لدينا الجدول التالي والذي يمثل المعطيات الخاصة باسعار وكميات المواد الغذائية (الحليب، السكر، اللحم) وفي السنوات 2000، 2005، 2015 الجزائر العاصمة:

الفترات	**المواد**	**السعر (دج)**	**الكميات**
2000	الحليب (لتر)	20	5
	السكر (الكيلو غرام)	25	2
	اللحم (الكيلو غرام)	200	1.5
2005	الحليب (لتر)	24	5
	السكر (الكيلو غرام)	35	2.5
	اللحم (الكيلو غرام)	280	2
2015	الحليب (لتر)	30	10
	السكر (الكيلو غرام)	50	3
	اللحم (الكيلو غرام)	450	3

المطلوب: حساب الأرقام القياسية للسعر والكميات مع التحليل وذلك باستعمال الرقم القياسي ل: Laspeyres Fischer، Paasche التالية: 2015 ا/ 2005 2000 / 2005ا ..

- ماذا تلاحظ حول خواص حساب الأرقام القياسية بالنسبة لهذه الأرقام؟.

التمرين رقم 03:

لتكن لدينا المعطيات التالية والمتعلقة بأسعار وكميات ثلاثة مواد أساسية (الطحين، الزيت، اللحم) خاصة بمنطقة معينة موزعة حسب الجدولين التاليين:

الجدول 01: أسعار المواد

المواد الفترة	الطحين الوحدة 25كغ	الزيت الوحدة 1لتر	اللحم الوحدة 1 كغ
1995	250	25	250
2000	300	30	350
2005	540	35	500

الجدول 02 : الكميات

المواد الفترة	الطحين الوحدة 25كغ	الزيت الوحدة 1لتر	اللحم الوحدة 1 كغ
1995	1	3	1
2000	2	5.5	1.5
2005	3	4	2

المطلوب: – حساب الأرقام القياسية السعر والمكسرات مع التعليل وذلك باستعمال الرقم القياسي ل-: Fischer ،Paasche ،Laspeyresالتالية: 12000/ 1995

.I20051355

التمرين رقم 04:

يشير الجدول التالي إلى الأسعار الوحدوية والكميات المستهلكة من مادتي القهوة و الشاي (الكيلوا غرام– دج) في ولايتي وهران والجزائر العاصمة.

المطلوب:

1– حدد المجتمع الإحصائي، الوحدة الإحصائية، المتغير الإحصائي و طبيعته.

2– ما هو متوسط الأجور و الأجر السائد لكل فئة من فئات العمال الثلاثة؟.

م – ليكن لدينا الجدول التالي والذي يمثل توزيع عمال الشركة (أ) حسب الأجور :

إذا كان مستهلكي سلعة ما موزعين حسب فئات العمر كما يظهر في الجدول التالي:

$F\downarrow$	$F\uparrow$	N_iC_i	C_i	F_i	التكرار المعدل	N_i	السن
			12.5				–
15			22.5				–
	95	900	30				–
			37.5				–
	130	675					–40
				0.05			60–
							أكثر من 60
							المجموع

المطلوب:

أكمل معطيات الجدول إذا علمت أن 30 % من العمال الأكبر دخلا يتقاضون أجرا أكثر من 30000

ليكن لدينا الجدول التالي الذي يمثل توزيع طلبة الفوج رقم 01 حسب المعدل :

المعدل XI	عدد الطلبة N_I
15------------20	6
20-----------25	N2
25------------35	N3
35------------50	24
50------------55	16
المجموع	N

المطلوب : أكمل معطيات الجدول إذا علمت أن متوسط هاته المعدلات هو 10.24 و أن 25% من الطلبة الأقل معدلا لهم معدل أقل من 6

يبين الجدول التالي توزيع وحدات من منتجات الحبوب لإحدى الشركات الخاصة و هذا حسب الوزن كما يلي :

الوزن x_i	2-6	6-10	10-14	14-18	18-22	22-26	المجموع
التكرار n_i	4	10	12	14	8	2	50

المطلوب:

1- حساب مايلي: متوسط أوزان المنتجات ، الوزن السائد ، الإنحراف المعياري.. 2- أدرس إلتواء شكل التوزيع التكراري بإستعمال مقياس بيرسن pearson الأول . 3- هل هذا التوزيع التكراري متفلطح ؟ (بإستعمال مقياس بيرسن للتلفلطح).

م- إذا كان مستهلكي سلعة ما موزعين حسب فئات العمر كما يظهر في الجدول التالي:

السن	N_i	التكرار المعدل	F_i	C_i	N_iC_i	$F^{\uparrow}$	$F^{\downarrow}$
-				12.5			
-				22.5			15
-				30	900	95	
-				37.5			
40-					675	130	
60-			0.05				
أكثر من 60							
المجموع							

المطلوب:

1- أكمل معطيات الجدول، إذا كان العشيري الأول يساوي 13.4 والربيعي الثالث يساوي 37.5.؟

هل هذا التوزيع متناظر؟.

2- إذا قررنا الاستغناء عن 14 مستهلكا من ذوي السن المرتفع . ما هو الحد الأدنى للسن الخاص بالمستهلكين الذين سيتم الاستغناء عنهم ؟.

$$\Phi(X_i) = \left(1/N\left(\sum X_i\right)^{\alpha}\right)^{\beta}$$

حدد قيمة كل من α و β حتي تكون العلاقجة التالية

عبارة عن المتوسط الحسابي التربيعي ، المتوسط التوافقي .

إذا كان x_i هو المتسوط الحسابي لعينة حجمها ni و x_2 هو المتوسط الحسابي لعينة حجمها n_2

ما هو المتوسط الحسابي للمجموع المكون من العينتين

	الجزائر	وهران
القهوه	السعر:150 الكمية 03	السعر:100 الكمية 03
الشاي	السعر:150 الكمية 03	السعر:150 الكمية 04

المطلوب أحسب مايلي: Laspeyres oRAN /ALGERو ALGER Laspeyres/ Paasche ORAN/ALGERوORAN9 Paasche ALGER/ORAN

بعض المسائل المقترحة

م- يبين الجدول التالي نتائج مسابقة الدخول إلى إحدى المعاهد المتخصصة بالجزائر العاصمة، حيث كان شاند الطلبة المترشحين لهذه المسابقة 200 طالب.

عدد الطلبة ni	المعدلات xi
60	0-5
80	5-10
40	10-15
20	15-20
200	المجموع

المطلوب :

1-حدد المجتمع الاحصائي ، الوحدة ، الوحدة الاحصائي ، المتغير الاحصائي وطبيعته .

2-ما هو متوسط هاته النتائج

3- ما هو المعدل السائد بالنسبة لهذه النتائج ؟

4- إذا كانت نسبة النجاح هي 25% ما هو المعدل الذي يتم على إثره تحديد هدفه ؟

5- نفس السؤال إذا كانت نسبة النجاح 10%؟

في مؤسسة النسيج كان التوزيع الشهري من العمال مماثلا في المعطيات التالية :

الأجور الوحدة 100دج	**عدد الاطارات**	**عدد العمال**	**عدد الموظفين**
90-80	-	10	60
100-90	-	12	80
110-100	-	14	50
120-110	06	02	02
130-120	12	-	-
140-130	08	-	-

م - يمثل الجدول التالي توزيع أجور عمال الشركة (ب)

الأجور xi	عدد العمال	التكرار النسبي	ت ت ص↑f	ت ث ن↓f
90-80	N1	-	0.2	200
100-90	N2	-	0.45	-
110-100	N3	-	-	-
120-110	N4	-	-	-
130-120	N5	-	-	-
140-130	N6	0.1	-	-
150-160	50	-	-	-
المجموع	-	-	-	-

-المطلوب:

- أكمل معطيات الدول إذا علمت أن 50 بالمائة من العمال يتقاضون أكثر من

511312 , 5 دج.

- ما هو الأجر السائد في هذه المؤدية.

ليكن لدينا الجدول التالي و الذي يمثل توزيع طلبة الفوج رقم 1 حسب المعدل .

المعدل x	Ni عدد الطلبة
20-15	6
25-20	N2
30-25	N3
50-35	24
55-50	16
المجموع	n

المطلوب: أكمل معطيات الجدول إذا علمت أن متوسط هاته المعدلات هو 10.24 وأن 25 بالمائة من الطلبة الأقل معدلا لهم معدل أقل من 6.|

م 13- أجريت دراسة إحصائية لمعرفة مدة اشتغال 200 مسباح في تمنع معين.

مدة الاشتغال	عدد المصابيح
اقل من 100ساعة	170
200-100	140
300-200	105
400-300	82
500-400	44
المجموع	541

المطلوب:

إيجاد قيمة الربيع الأول و تمثيله بيانيا

إذا افترضنا أن جميع الفئات متساوية . فما هو عدد القيم المحصورة في المجال (x+sd.x-sd)

أحسب معامل بيرسن الأول للإلتواء

أحسب معامل بيرسن للتفرطح.

م- يبين الجدول التالي قيم أجور 30 عاملا بمؤسسة انتاجية.

368	358	360	354	353	370
368	377	369	374	379	375
353	362	375	365	350	368
351	361	355	354	369	365
379	361	367	356	381	355

المطلوب:

- حدد المجتمع الإحصائي، الوحدة الإحصائية، المتغير الإحصائي و طبيعته..

- رتب هذه معطيات في جدول إحصائي علما أن طول الفئة 5000 .

-أحسب متوسط الأجور وحدد قيمة الأجر السائد

- ماهو قيمة الأجر الذي يتقاضونه أكثر من 50 بالمائة من العمال.

- هل هذا التوزيع متناظر أم لا؟.

- حدد قيمة الأجر التي على إثرها التخلي عن 6 عمال الأعلى أجرا؟.

م 15- يمثل الجدول التالي أجور عمال شركة لصناعة الخشب.

الأجور xi	عدد العمال ni	التكرار النسبي fi	ت ت ص f ↑	ت ت ن f ↓
30-20	N1	-	-	-
40-30	N2	-	0.7	-
110-90	N3	-	0.45	-
120-110	N4	-	-	-
130-120	N5	0.1	-	-
150-130	50	-	-	-
160-150	50	-	-	-
المجموع	-	-	-	-

المطلوب:

- أكمل معطيات الجدول إذا علمت أن 50 بالمائة من العمال يتقاضون أكثر من 11312, 5 دج؟.

- ماهو الأجر السائد في هذه المؤسسة؟.

م17- البيانات التالية تظهر أسعار محلات تجارية حسب مساحتها وعمر بنائها.

العمر (السنة)	المساحة	السعر
10	40	80
20	80	80
5	60	120
5	20	40
10	45	50
15	90	90
20	100	90
5	110	140

المطلوب:

- حدد المتغير التابع مع التوضيح.
- أوجد معادلة انحدار السعر على كل من مساحة المحل وعمره.
- بناءا على معادلة الانحدار المحصل علها، ماهو السعر المتوقع لمحل تجاري مساحته 110م وعمره 3 سنة.

م8 – عملت ثلاث نخب (فرق عمل) في مديرية مؤسسة إنتاجية حيث كانت النتائج المحققة في الأرباح معرفة على النحو التالي:

– فريق العمل الأول عمل خلال ثلاث سنوات متتالية و حقق معدل نمو قدره5.8 % في كل سنة.

– فريق العمل الثاني عمل لمدة سنة و حقق معدل نمو قدره 4.6%.

– فريق العمل الثالث عمل لمدة سنتين و حقق معدل نمو قدره. 11.8 % في كل سنة.

المطلوب: ما هو متوسط هاته المعدلات خلال الفترة الكلية لعمل الفرق الثلاثة؟.

إن المتغير x أجور عمال الشركة ni،e يمثل عدد العمال و f(xi) يمثل التكرار المجمع الصاعد في الجدول التالي :

الأجور x	عدد العمال ni	F(xi)
7–5	6	0.04
11–7	N2	0.14
13–11	N3	0.44
15–13	N4	0.96
19–15	N5	1
المجموع	n	

المطلوب :

أكمل الجدول التالي ثم أحسب الوسيط و المنوال

هل هذا التوزيع متناظر و لماذا ؟

تشير قيم الجدول التالي لاى تطور قيم الدخل الداخلي و الواردات السلعية بملايير الدينارات

السنوات	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
الدخل xi	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55
الواردات	12	12	15	16	16	20	26	30	33	37

المطلوب:

أرسم الشكل الذي يبين انتشار قيم المتغيرين

أوجد معادلة انحدار الواردات على الدخل

أحسب معامل الارتباط